

Esercizi Lezione 18

1. Sia dato un triangolo di vertici A, B, C . E siano E, F, G i punti medi dei tre lati. Applicando una proprietà dimostrata nella Lezione 16, (v. anche il primo degli esercizi della Lezione 16) si può dimostrare che il triangolo di vertici EFG ha area che è un quarto di quella di ABC . Verificare questo risultato usando la formula vista a lezione per l'area di un triangolo. (Suggerimento: L'area da calcolare è

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{x_A+x_B}{2} & \frac{y_A+y_B}{2} & 1 \\ \frac{x_B+x_C}{2} & \frac{y_B+y_C}{2} & 1 \\ \frac{x_A+x_C}{2} & \frac{y_A+y_C}{2} & 1 \end{vmatrix}.$$

Applicare le proprietà dei determinanti per riscrivere questo come

$$\frac{1}{16} \left[\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_B & y_C & 1 \\ x_C & y_C & 1 \\ x_A & y_A & 1 \end{vmatrix} \right]$$

Osservare che questi due determinanti hanno uguale valore e che quindi si può ottenere

$$\frac{1}{8} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

e cioè $\frac{1}{4}$ dell'area del triangolo ABC .)

2. Siano date le rette r di equazione $2x + y = 1$ e r' di equazione $3x - 2y = 5$. Verificare che r e r' sono incidenti. Disegnarle. Disegnare nello stesso sistema di riferimento $(2x + y - 1) + (3x - 2y - 5) = 0$, $3(2x + y - 1) - 2(3x - 2y - 5) = 0$.

3. Scrivere l'equazione della retta congiungente il punto di intersezione delle due rette r e r' dell'esercizio precedente con il punto $(-2, 4)$. (Suggerimento: Si può determinare prima il punto di intersezione e poi scrivere l'equazione della retta per due punti. È però più veloce scrivere la retta generica per il punto (senza conoscere il punto esplicitamente!), ossia il fascio: $\lambda(2x + y - 1) + \mu(3x - 2y - 5) = 0$ e poi imporre il passaggio per $(-2, 4)$, ossia:

$$\lambda(2(-2) + 4 - 1) + \mu(3(-2) - 2(4) - 5) = 0 \quad \lambda(-1) + \mu(-19) = 0 \quad \lambda + 19\mu = 0$$

Basta prendere $\lambda = 19$ e $\mu = -1$ (ogni altra scelta che soddisfi $\lambda + 19\mu = 0$ va ugualmente bene). Verificare che si ottiene lo stesso risultato nei due modi.)

4.

- (1) Determinare la retta del fascio individuato dalle rette $x - y + 1 = 0$, $-3x + y + 2 = 0$ e che passa per il punto $(1, -2)$;
- (2) Determinare la retta del fascio individuato dalle rette $x - y + 1 = 0$, $-3x + y + 2 = 0$ e che è parallela alla retta $x - 2y + 3 = 0$;
- (3) Determinare la retta del fascio individuato dalle rette $x - y + 1 = 0$, $-3x + y + 2 = 0$ e che è parallela all'asse delle y .

5. Si determini la retta per $(1, -2)$ parallela alla retta $3x - 2y = 1$.

6. Determinare la retta mediana della striscia compresa tra le rette parallele: $x + y + 1 = 0$ e $x + y + 5 = 0$.