

Esercizi Lezione 20

1. Sia dato un sistema di riferimento $RC = RC(O, x, y) = RC(O, \vec{i}, \vec{j})$ (cioè un sistema determinato da una base $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ in cui le coordinate sono denotate x, y) ed un sistema di riferimento $RC' = RC(O', x', y') = RC(O', \vec{i}, \vec{j})$, dove $O'(5, 1)$. In altre parole, il nuovo sistema di riferimento differisce solo per la diversa scelta del punto origine delle coordinate. È del tutto ovvio allora che le coordinate di vettore non differiscono nei due sistemi di riferimento (in quanto i vettori sono, per definizione, liberi), tuttavia le coordinate dei punti sono diverse. Esprimere la relazione tra le coordinate di un punto P_0 , indicate con (x_0, y_0) , nel riferimento RC e quelle di P_0 nel riferimento RC' , indicate con (x'_0, y'_0) .

2. Siano dati i sistemi di riferimento $RC = RC(O, x, y) = RC(O, \vec{i}, \vec{j})$ e $RC' = RC(O, x', y') = RC(O, \vec{u}, \vec{v})$, dove $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} - \vec{j})$ e $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j})$. In questo esempio, il nuovo sistema di riferimento ha la stessa origine ma diversi versori. Sia $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$, cioè \vec{w} ha coordinate $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$. Calcolare le coordinate di \vec{w} nella base $\{\vec{i}, \vec{j}\}$.

3. Se $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ e $\mathcal{B}' = \{\vec{u}, \vec{v}\} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \right\}$. Calcolare la matrice del cambiamento di base da \mathcal{B} a \mathcal{B}' . Scrivere inoltre, in forma matriciale, la relazione tra le coordinate di vettore $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ e le coordinate $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

4. Disegnare in un sistema di riferimento $RC(O, x, y)$ il punto $P_0(2, 4)$. Disegnare inoltre la retta $r: -2x + 5y = 0$ e la retta s perpendicolare a questa passante per $O'(5, 2)$. Calcolare le coordinate di P_0 nel sistema di riferimento $RC(O', x', y')$ in cui r orientata nel verso delle x crescenti è il nuovo asse delle ascisse, e s , orientata nel verso delle y crescenti è il nuovo asse delle ordinate. (V. figura nel diario delle lezioni)