Esercizi Lezione 28

1. Calcolare il piano contenente la retta $\frac{x-2}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{z}{2}$ e passante per $A(6, -5, 4)$.

2. Calcolare la distanza del piano $8x - 3y + z = 2$ dall'origine.

3. Date le due rette $r : x - y - 4 = z - 2$ e $s : 2x + y - 5 = x - z + 2 = 0$, verificare che sono sghembe.

(1) Calcolare il piano α per r parallelo a s.
(2) Calcolare il piano β per s parallelo a α.
(3) Calcolare la distanza tra le due rette r e s.
(4) Calcolare il piano π_1 per r perpendicolare a α.
(5) Calcolare il piano π_2 per s perpendicolare a α.
(6) Scrivere le equazioni della retta di minima distanza tra le rette sghembe r e s.

4. Siano date le due rette $r : x = 3 + t, y = -1 + t, z = 2$ e $s : x = t, y = 5-2t, z = 2+t$ determinare una retta che sia perpendicolare ad entrambe. Calcolare la distanza tra r e s. (Suggerimento: detti $\vec{r}$ e $\vec{s}$ due vettori paralleli alle rette sia $\vec{n}$ il prodotto vettoriale di $\vec{r}$ e $\vec{s}$. Presi, ad esempio, due punti $P_1(3, -1, 2)$ e $P_2(0, 5, 2)$ appartenenti rispettivamente ad r e ad s, verificare che la proiezione di $\overrightarrow{P_1P_2}$ su $\vec{n}$ uguaglia la distanza tra le due rette. Considerati inoltre due punti generici $P(t)(3 + t, -1 + t, 2)$ e $Q(t')(t', 5 - 2t', 2 + t')$, si consideri il vettore congiungente $\overrightarrow{PQ}$ e si imponga che questo vettore sia perpendicolare sia a $\vec{r}$ che a $\vec{s}$. Si ottiene in questo modo un vettore $\overrightarrow{P_0Q_0}$. Calcolare la lunghezza del vettore $\overrightarrow{P_0Q_0}$. Verificare che questo numero coincide con la distanza ottenuta sopra. Scrivere l'equazione della retta passante per P_0 e Q_0. Confrontare con il risultato dell'esercizio **3.**, punto (6).).