Esercizi Lezione 35

1. Verificare che i seguenti insiemi sono ortogonali in $\mathbb{R}^4$:

(1) $\{(1, 1, -1, 4)^T, (-1, 2, 5, 1)^T, (28, 5, 5, -7)^T\}$.

(2) $\{(4, 5, 2, -1)^T, (1, -1, 0, -1)^T, (2, -1, 0, 3)^T\}$.

2. Verificare che $\{(-4, 1, 5)^T, (-1, 1, -1)^T, (2, 3, 1)^T\}$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$. Scrivere lo sviluppo di Fourier del vettore generico (a, b, c) rispetto a questa base.

3. Applicare il procedimento di Gram-Schmidt all'insieme di vettori

$$\{(1, 1, 1)^T, (0, 2, 1)^T, (1, 0, 3)^T\}$$

per ottenere una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$.

4. Calcolare una base ortonormale del sottospazio U di $\mathbb{R}^4$ di equazioni cartesiane $x - y - z + w = 0, x + z = 0$.

5. È vero che un vettore qualunque di $\mathbb{R}^n$ appartiene a qualche base ortogonale? Dimostrare la verità o la falsità di questa affermazione.

6. Applicare il procedimento di Gram-Schmidt all'insieme di vettori

$$\{(0, 2, 1, 0)^T, (1, -1, 0, 0)^T, (1, 2, 0, -1)^T, (1, 0, 0, 1)^T\}$$

per ottenere una base ortogonale di $\mathbb{R}^4$. Scrivere lo sviluppo di Fourier del vettore $(a, b, c, d)^T$ rispetto alla base ortogonale così ottenuta.