

Esercizi Lezione 4

1. Svolgere le seguenti operazioni se possibile.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$5 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 \\ -3 & 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2.

Trovare x e y tali che

$$\begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & y \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Gli elementi di una matrice di posto $(1, 1), (2, 2), (3, 3), \dots, (n, n)$ costituiscono gli elementi della **diagonale principale**. Per esempio, la diagonale principale di

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

è costituita da 3 e -2 . Una matrice quadrata si dice matrice **diagonale** se tutti gli elementi che non sono sulla diagonale principale sono zero. Per cui, una matrice diagonale 2×2 ha la forma

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

dove a, d sono due qualunque numeri reali (incluso zero). Discutere la validità delle seguenti affermazioni. Se l'affermazione è vera spiegare il perché. Se non è vera dare degli esempi.

- (1) Se A e B sono due matrici 2×2 diagonali allora $A + B$ è una matrice diagonale.
- (2) Se A e B sono due matrici 2×2 diagonali allora $A + B = B + A$.
- (3) Se A e B sono due matrici 2×2 diagonali allora AB è una matrice diagonale.
- (4) Se A e B sono due matrici 2×2 diagonali allora $AB = BA$.

4. Una matrice quadrata si dice matrice **triangolare superiore** se tutti gli elementi sotto alla diagonale principale sono zero. Per cui, una matrice triangolare superiore 2×2 ha la forma

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

dove a, b, d sono tre qualunque numeri reali (incluso zero). Discutere la validità delle seguenti affermazioni. Se l'affermazione è vera spiegare il perché. Se non è vera dare degli esempi.

- (1) Se A e B sono due matrici 2×2 triangolari superiori allora $A + B$ è una matrice triangolare superiore.
 - (2) Se A e B sono due matrici 2×2 triangolari superiori allora $A + B = B + A$.
 - (3) Se A e B sono due matrici 2×2 triangolari superiori allora AB è una matrice triangolare superiore.
 - (4) Se A e B sono due matrici 2×2 triangolari superiori allora $AB = BA$.
4. Risolvere il seguente sistema con il metodo dell'eliminazione di Gauss

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

5. Risolvere il seguente sistema con il metodo dell'eliminazione di Gauss

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$