Lezione 21

Esercizio 4

Per l'equazione $x^2+y^2+6x-10y=0$
avro' le coordinate di P_0 pari a

$$x_0=\frac{a}{-2}=\frac{6}{-2}=-3$$
$$y_0=\frac{b}{-2}=\frac{-10}{-2}=5$$

dall'equazione standard della circonferenza
ricavo che $c=x_0^2+y_0^2-r^2$
e in questo caso, dato che $c=0$ avro'

$$0=(-3)^2+5^2-r^2$$
$$0=9+25-r^2$$
$$r=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$$

Quindi, in conclusione, l'equazione di partenza indica una circonferenza, visto che sono stati trovati sua l'origine P_0 sia r (l'esistenza di un radicando positivo dimostra un accettabile valore per un raggio di circonferenza).

Esercizio 5

Per i valori

$$r=6$$
$$P_0=(-1;3)$$

ricavo i coefficienti

$$a=x_0\cdot(-2)=(-1)\cdot(-2)=2$$
$$b=y_0\cdot(-2)=3\cdot(-2)=-6$$

e per $r^2=36$
ricavo inoltre

$$c=(-1)^2+3^2-36=1+9-36=26$$

Quindi, in conclusione, l'equazione finale sara'

$$x^2+y^2+2x-6x-26=0$$

Esercizio 1

Punto 1: proiezione ortogonale sull'asse y

Prima di svolgere i calcoli, considerare l'equazione cartesiana dell'asse y

$$x=0$$

da qui le equazioni parametriche

$$x=0t$$
$$y=1t$$

$$P_r\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\frac{1}{0^2+1^2}\cdot\begin{pmatrix}0^2 & 1\cdot 0\\1\cdot 0 & 1^2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$$

Punto 3: rotazione di $\frac{-\pi}{4}$

$$R_{-\frac{\pi}{4}}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(-\frac{\pi}{4}) & -\sin(-\frac{\pi}{4})\\ \sin(-\frac{\pi}{4}) & \cos(-\frac{\pi}{4})\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}5\cdot1+5\cdot1\\ -1\cdot5+5\cdot1\end{pmatrix}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$$

Punto 4: rotazione di $\frac{\pi}{2}$

$$R_{\frac{\pi}{2}}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\frac{\pi}{2}) & -\sin(\frac{\pi}{2})\\ \sin(\frac{\pi}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2})\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\cdot0+5\cdot(-1)\\ 1\cdot5+5\cdot0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\5\end{pmatrix}$$