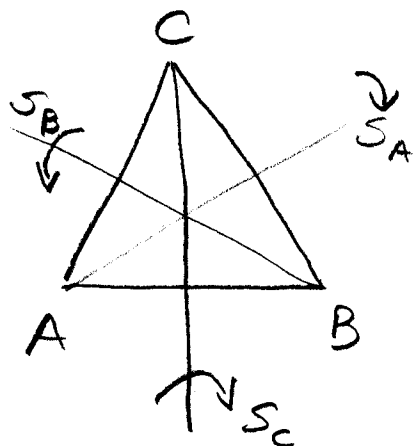


Gruppo Diedrale D_3 : simmetrie di un
triangolo equilatero

①



$$S_A = \begin{pmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{pmatrix} \quad S_B = \begin{pmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{pmatrix} \quad S_C = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{pmatrix}$$

Rotazione di 120° : $R = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{pmatrix}$
autonomia

Rotazione di 240° : $R' = \begin{pmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{pmatrix}$

Identità: $I = \begin{pmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{pmatrix}$

Esempio di calcolo: (attenzione qui si segue
la convenzione opposta a quella del testo di p. 155)

$$S_A \circ S_B = \begin{pmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{pmatrix} = R$$

$$S_A \circ S_C = \begin{pmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{pmatrix} = R'$$

Tabella di Cayley di D_3

(2)

	I	R	R'	S _B	S _A	S _C
I	I	R	R'	S _B	S _A	S _C
R	R	R'	I	S _A	S _C	S _B
R'	R'	I	R	S _C	S _B	S _A
S _B	S _B	S _A	S _C	I	R'	R
S _A	S _A	S _C	S _B	R	I	R'
S _C	S _C	S _B	S _A	R'	R	I

$\mathbb{Z}_5)^+$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

(3)

 $\mathbb{Z}_5$

	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

 $\mathbb{Z}_6$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

$\mathbb{Z}_6$

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	0	2	4
3	3	0	3	0	3
4	4	2	0	4	2
5	5	4	3	2	1

4) Sia 1 , l'identità; a = rotazione di 180° intorno al centro dell'ellisse; b = riflessione rispetto all'asse minore; c = riflessione rispetto all'asse maggiore.

	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	1	c	b
b	b	c	1	a
c	c	b	a	1

(5)

5) Sia $N = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0$

(ad esempio $1854 = 1 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4$)

Osserviamo che $10 \equiv 1 \pmod{9}$ e quindi

$$10^n \equiv 1^n = 1 \pmod{9}, \text{ qualunque sia } n.$$

Allora

$$N \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_1$$

e dunque $N \equiv 0 \pmod{9} \Leftrightarrow a_n + \dots + a_1 \equiv 0 \pmod{9}$

Per esempio: $2010 \equiv 3 \pmod{9}$

$$2010 = 2007 + 3 = 223 \cdot 9 + 3$$

6) $2^{10} = 1024 \equiv 24 \pmod{100}$ e quindi

$$2^{20} = (2^{10})^2 \equiv 24^2 = 576 \equiv 76 \pmod{100}$$

Inoltre:

$$2^{40} = (2^{20})^2 \equiv 76^2 = 5776 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2^{80} \equiv 2^{160} \equiv 2^{320} \equiv 2^{640} \equiv 76 \pmod{100}$$

Infine $2^{1000} = 2^{640} \cdot 2^{320} \cdot 2^{40} \equiv 76 \cdot 76 \cdot 76 \equiv \underline{\underline{76}}$