

$$E \times 25$$

①

$$\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

② Verificare

$$\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{u} = -3\vec{i} - \vec{k}, \quad \vec{w} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$$

Sono lin dip, o lin indep.?

Calcolare il volume del parallelepipedo

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & -4 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -68 \quad \text{lin indep.}$$

Il parallelepipedo è $|-68| = 68$

③

Calcolare $\vec{u} \wedge \vec{v}$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{u} \wedge \vec{v} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix} = (-3\vec{j} - 12\vec{k}) - (-4\vec{i} - 15\vec{j}) = \\ &= -3\vec{j} - 12\vec{k} + 4\vec{i} + 15\vec{j} = 4\vec{i} - 18\vec{j} - 12\vec{k} = 2\vec{i} - 9\vec{j} - 6\vec{k} \end{aligned}$$

④ Scrivere eq cartesiana del piano dai punti

$$P_1 = (1, 1, 1) \quad P_2 = (-1, 0, 1) \quad P_3 = (0, 4, 5)$$

$$\det \begin{pmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{pmatrix}$$

ATTENZIONE ALLA FORMA: manca il simbolo di determinante; manca $=0$.

$$\det \begin{pmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = (x-1)(-4) - (y-1)(-8) + (z-1)(-7) =$$
$$= -4x + 4 - (-8y + 8) - 7z + 7 =$$
$$= -4x + 4 + 8y - 8 - 7z + 7 =$$
$$= -4x + 8y - 7z + 3 = 0$$

⑤

$$P_1 = (5, 0, 0) \quad P_2 = (0, 3, 0) \quad P_3 = (0, 0, 2)$$

Vedi sopra.

$$\det \begin{pmatrix} x-5 & y & z \\ -5 & 3 & 0 \\ -5 & 0 & 2 \end{pmatrix} = x-5(6) - y(-10) + z(+15) =$$
$$= 6x - 30 + 10y + 15z =$$
$$= 6x + 10y + 15z - 30 = 0$$

⑥ Calcolare l'area del triangolo individuato dai punti dell'ex precedente.

$$\frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{15}{2}$$

Questo è l'area del triangolo di vertici $(5, 0), (0, 3), (0, 0)$ non di quello richiesto.

Usare il prodotto vettoriale.