

**10 novembre 2011**

**1.** Considerare l'insieme di tutte le matrici di ordine 2 a coefficienti in  $\mathbb{Z}_2$ . Quante ne esistono? Quali di esse formano un gruppo rispetto alla moltiplicazione righe per colonne?

**2.** Completare le tabelle moltiplicative dei gruppi  $D_4$  e  $Q$  dei quaternioni. Verificare che esse non sono "sovrapponibili" e che quindi i due gruppi non sono isomorfi.

**3.** Verificare che l'insieme delle matrici elementari di ordine 3 seguenti

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

formano un gruppo di ordine 6 isomorfo al gruppo  $S_3$  delle permutazioni di tre oggetti.