11 novembre 2011

1.

(a) Verificare che l'insieme $\mathbb{R}[x]$ dei polinomi in una indeterminata a coefficienti reali è uno spazio vettoriale rispetto all'ordinaria somma e prodotto di scalari.

(b) Dire se, in questo spazio, i vettori $x - 1, x + 1, x^2 - 1$ sono linearmente dipendenti o indipendenti.

(c) Dire se il vettore $x^2 + 4$ appartiene al sottospazio generato dai tre vettori del punto precedente.

2. Detto $\mathbb{P}_3$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 3, verificare se $U = \{p(x) \in \mathbb{P}_3 | p(0) = 1\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{P}_3$.

3. Detto $M(2 \times 2)$ l'insieme delle matrici di ordine due a coefficienti reali, verificare che esso è uno spazio vettoriale rispetto alla solita somma tra matrici. Verificare se il sottoinsieme di $M(2 \times 2)$ costituito dalle matrici A per cui $A^2 = A$ è un sottospazio.

4. Verificare che l'insieme $C^0([-\pi, \pi])$ delle funzioni reali continue definite sull'intervallo $[-\pi, \pi]$ sono uno spazio vettoriale reale rispetto alle solite operazioni di somma di funzioni e di prodotto per uno scalare. Dire se il sottoinsieme U delle funzioni che si annullano in 0 formano un sottospazio.

5. Sia $\mathbb{Z}_2^7$ l'insieme delle $7-$ple ordinate di elementi di $\mathbb{Z}_2$. Verificare che il sottoinsieme

$$\{(0,0,0,0,0,0,0),(0,0,1,0,1,1,1),(0,1,0,1,0,1,1),(1,0,0,1,1,0,1),$$
$$(1,1,0,0,1,1,0),(1,0,1,1,0,1,0),(0,1,1,1,1,0,0),(1,1,1,0,0,0,1)\}$$

è un sottospazio. Nella terminologia della teoria algebrica dei codici questo sottospazio si dice *codice lineare*.