2 dicembre 2011

1. Diagonalizzare ortogonalmente la matrice

$$\begin{pmatrix} 41 & -12 \\ -12 & 34 \end{pmatrix}$$

2. Diagonalizzare ortogonalmente la matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Dimostrare che se A è ortogonalmente diagonalizzabile allora A è simmetrica.

4. Verificare che se $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$ e se X_1 è un autovettore di una matrice A di ordine 4, allora prendendo $P = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ si ha

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

dove a_{11} è l'autovalore:$AX_1 = a_{11}X_1$.

5. Diagonalizzare ortogonalmente la matrice

$$\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 15 & -21 & -3 & -5 \\ -21 & 35 & -7 & 0 \\ -3 & -7 & 23 & 15 \\ -5 & 0 & 15 & 39 \end{pmatrix}$$