

Cognome e Nome:\_\_\_\_\_.

Data:\_\_\_\_\_.

**ISTRUZIONI.** Riportare le soluzioni in bella copia negli spazi appositi sotto ciascun esercizio, usare eventualmente anche il retro del foglio. Non aggiungere altri fogli. La soluzione deve essere leggibile, corretta, completa e sintetica.

I risultati, insieme ad un calendario delle prove orali, appariranno nella pagina web del docente entro martedì prossimo. Gli orali cominceranno giovedì 12.

1. Esprimere  $\frac{i}{i+1}$ , nella forma  $a + ib$  dove  $i$  è l'unità immaginaria.

2. Scrivere, se possibile, il vettore nullo come combinazione lineare di  $(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)$

3. Calcolare, se possibile, il prodotto  $(1, 2, 3) \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$  e il prodotto nell'ordine  
inverso  $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} (1, 2, 3)$

4. Risolvere, se possibile, i seguenti sistemi

(a) il sistema la cui matrice completa è  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

(b) il sistema omogeneo la cui matrice dei coefficienti è  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

5. Verificare se i punti  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(4, 5, 6)$ ,  $C(7, 8, 9)$  sono allineati. Se lo sono, scrivere l'equazione della retta che li contiene; se non lo sono, scrivere l'equazione del piano da essi individuato.

6. Se  $T$  è un'applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , tale che  $T \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ , e  $T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$  calcolare una matrice che rappresenta  $T$ .

7. Dare un esempio di matrice quadrata  $A$  il cui spazio delle colonne è  $\mathcal{C}(A) =$

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

8. In un piano con riferimento cartesiano ortogonale  $RC(Oxy)$ , siano dati un punto  $F(1, 1)$  e una retta  $r$  di equazione  $y = -2x$ . Scrivere l'equazione della parabola di cui  $F$  è il fuoco e la retta  $r$  la direttrice.

9. Calcolare l'area del triangolo di vertici  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(6, 0, 3)$

10. Dire se la forma quadratica  $7x^2 + 4y^2 - 4xy + 4z^2$  è definita positiva o meno.