

Cognome e Nome: _____.

Data: _____.

ISTRUZIONI. Riportare le soluzioni in bella copia negli spazi appositi sotto ciascun esercizio, usare eventualmente anche il retro del foglio. Non aggiungere altri fogli. La soluzione deve essere leggibile, corretta, completa e sintetica.

1. Classificare la conica di equazione

$$2x^2 - 4xy - y^2 - 4x - 8y + 14 = 0$$

e ridurla in forma canonica.

2. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ e dato il vettore $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Verificare che il sistema $AX = \mathbf{b}$ è incompatibile mediante il Teorema di Rouché-Capelli.
- Calcolare la soluzione approssimata del sistema incompatibile del punto precedente.

3. Sia $T : M_{2 \times 2} \rightarrow M_{2 \times 2}$ l'endomorfismo definito da $T(A) = A + A^T$, $A \in M_{2 \times 2}$.

1. Verificare che T è lineare.
2. Calcolare la traccia e il determinante di T .
3. Determinare una base per il nucleo e una per l'immagine di T .

4. Dato il piano π di equazione $x - y - z = 0$

1. Determinare due vettori \vec{v}_1 e \vec{v}_2 che appartengono a π e che sono tra loro ortogonali.
2. Determinare un terzo vettore \vec{v}_3 perpendicolare a π e tale che la terna ordinata $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ sia equiversa alla terna $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;
3. Calcolare il volume del parallelepipedo di spigoli $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$

5. Scrivere l'equazione cartesiana dello spazio $\mathcal{R}(A)$ delle righe della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Trovare una base ortogonale di $\mathcal{R}(A)$.