1. Dimostrare che se $N = a_k a_{k-1} \ldots a_1 a_0 = a_0 + 10b$ è un numero scritto in cifre decimali allora $N \equiv a_0 + 3b$.

2. Applicare il criterio per verificare che il numero 123456789 è congruo a 1 modulo 7.

Soluzione. Se $N = a_0 + 10b$ moltiplichiamo per l'inverso di 10 $\pmod 7$, cioè -2. Infatti $-2 \times 10 \equiv 5 \times 10 = 50 \equiv 1 \pmod 7$. Otteniamo

$$-2N = -2a_0 + (-2)(10)b$$

$$-2N \equiv -2a_0 + b$$

Ora, l'inverso di $-2 \pmod 7$ è 3 e dunque moltiplicando per 3 si ha

$$3(-2N) \equiv 3(-2a_0) + 3b$$

ossia

$$N \equiv a_0 + 3b$$

Applichiamo adesso il criterio al numero N dato.

$$\begin{aligned}
&123456789\\
9 + 3(12345678) &= 3703704\\
3 + 3(3703704) &= 11111115\\
5 + 3(1111111) &= 3333338\\
8 + 3(333333) &= 1000007\\
7 + 3(100000) &= 300007\\
7 + 3(30000) &= 90007\\
7 + 3(9000) &= 27007\\
7 + 3(2700) &= 8107\\
7 + 3(810) &= 2437\\
7 + 3(243) &= 736\\
6 + 3(73) &= 225\\
5 + 3(22) &= 71
\end{aligned}$$

da cui chiaramente, $N \equiv 1$.