

## 31 Maggio 2021

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

- a) Determinare i punti di  $r : \begin{cases} x = 2 + h \\ y = -1 - 3h \\ z = 2h \end{cases}$  a distanza 1 da  $\pi : 3x + y + z = 0$ .

b) Per quali valori di  $\lambda$  la conica  $\lambda x^2 + \lambda y^2 + 4xy + 2x + 2y = 0$  è una parabola?
- Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che  $f(1, 2, 0) = (1, 1, 0)$ ,  $f(0, 1, 1) = (0, 0, 0)$  e  $f(-1, 0, 1) = (1, 2, 1)$ . Determinare la matrice che rappresenta  $f$  rispetto alla base canonica. Dire se il vettore  $(3, 4, 1)$  appartiene a  $\text{Im} f$ . Determinare base e dimensione per  $\text{Ker} f$ .
- Determinare base e dimensione dei seguenti sottospazi:
  - $V \cap U$  con  $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0, 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$ ,  $U = \langle (1, 0, 1, 1), (2, 0, -1, 1) \rangle$
  - $V \cap U$  con  $V = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(x) = p(-x)\}$  e  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(0) = 0\}$ .
  - il sottospazio delle matrici quadrate di ordine 3 di traccia nulla.

Domande:

- Se  $A$  è una matrice quadrata di ordine 4 diagonalizzabile con autovalori 0 di molteplicità 2, 1 e 3 di molteplicità 1, dire quanto vale il rango di  $A$ . Si ribadisce che una risposta non giustificata non è ritenuta valida.
- Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ , dire quali tra questi vettori è autovettore di  $A$  e qual è l'autovalore associato.
  - $(0, 0, 0, 0)$
  - $(1, 1, 1, -1)$
  - $(0, 1, 0, 0)$
  - $(1, 0, 4, 1)$
- Trovare l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

4. Dire quando un sistema si puo' risolvere con Cramer ed enunciarne il metodo.
5. Esibire un esempio a vostra scelta di sistema con 3 incognite e 3 equazioni indeterminato e uno incompatibile.