

5 Luglio 2021

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

- Determinare la retta incidente e ortogonale a $r : \begin{cases} x = 1 - 2h \\ y = h \\ z = 3h \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ 2x + 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$.
 - Determinare la distanza fra la retta $r : \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 2x + z + 2 = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 3x - y + z = 0$.
- Sia $f : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $f(p(x)) = (p(1), p'(0))$, con $p'(x)$ derivata prima di $p(x)$. Determinare base e dimensione per $\text{Ker}f$ e $\text{Im}f$. Dire se f è iniettiva o suriettiva.
- Stabilire quali dei seguenti insiemi si può completare ad una base di \mathbb{R}^4 e in tal caso procedere col completamento (con procedimento completo): $S_1 = \{(1, 1, 0, -2), (-1, 0, 0, 1), (1, 2, 0, -3)\}$, $S_2 = \{(1, -1, 2, 1), (2, -2, 0, 1)\}$.
 - Estrarre una base per $\mathbb{R}_2[x]$ dall'insieme $S = \{1 - x + x^2, 1 - x, 2 + x^2, 3 - x - x^2\}$.
 - Trovare base e dimensione dello spazio delle matrici quadrate A di ordine 3 tali che $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Domande:

- Esiste una funzione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f(1, 0, 1) = (0, 0, 0)$, $f(2, 1, 0) = (1, -3, 5)$, $f(4, 1, 2) = (-1, 8, 1)$? In caso di risposta affermativa, scrivere la matrice che rappresenta f rispetto ad una base di vostra scelta. In caso di risposta negativa, spiegare perché.
- Darre la definizione di matrice diagonalizzabile ed enunciare in maniera CHIARA il criterio di diagonalizzazione.
- Sia $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema lineare con m equazioni ed n incognite. Sotto quali ipotesi tale sistema è compatibile per ogni scelta di $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$?
- Quali caratteristiche deve avere un sistema che ha come soluzione un sottospazio di dimensione k di \mathbb{R}^n ?
- Se conosco gli autovalori di A , cosa posso dire di quelli di A^T ? Come mai?