

Settembre 2021

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

1. Determinare la retta ortogonale e incidente a $r : \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$ passante per l'origine degli assi.
2. Determinare i piani a distanza 1 dal punto $P = (1, 1, 0)$ paralleli alle rette $r : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + 2z = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2u \\ y = -u + 1 \\ z = u \end{cases}$.
3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f(1, 2, 0) = (1, 1, 0)$, $f(-1, 1, 0) = (3, 7, -2)$, $f(0, 1, -2) = (1, 3, -1)$. Determinare $f(2, 0, 1)$ e la dimensione e la base di $\text{Ker}f$.
4. Sia $V = \langle (1, 0, 1, -1), (2, 1, 0, 1) \rangle$ sottospazio di \mathbb{R}^4 . Trovare una base ortonormale di U . Scrivere le componenti di $(1, 1, -1, 2)$ rispetto alla base trovata. Scrivere U in forma cartesiana.

Domande:

1. Darre la definizione di matrice diagonalizzabile ed enunciare in maniera CHIARA il criterio di diagonalizzazione.
2. Quali caratteristiche deve avere un sistema che ha come soluzione un sottospazio di dimensione k di \mathbb{R}^n ?
3. Dare un esempio di matrice che ha $(1, 0, 0)$ come autovettore associato all'autovalore nullo. Tale matrice può essere invertibile?
4. Sia $f : V \rightarrow U$ una funzione lineare definita tra due spazi vettoriali, sia $u \in U$ e $f^{-1}(u)$ la controimmagine di u . Quanti vettori contiene $f^{-1}(u)$? Uno, nessuno, alcuni, infiniti?
5. Dati i vettori $v = (1, 2, 1)$ e $u = (0, 1, 1)$, trovare l'angolo formato da essi.