Applicazioni lineari

1. Data l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $L(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + 2x_2 - x_3, 2x_1 - 2x_3, 3x_1 + 2x_2 - x_3)$. L'applicazione L è diagonalizzabile? Iniettiva? Suriettiva?

2. Sia $\mathbb{R}_d[x]$ lo spazio costituito dai polinomi di grado al più d e dal polinomio nullo. Sia $L : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}_3[x]$ l'applicazione lineare tale che $L(p(x)) = (x-1)p(x)$. Trovare una base e la dimensione per ImL e $KerL$ e dire se L è iniettiva o suriettiva.

3. Sia $\mathbb{R}_2[x] = \{a_0 + a_1x + a_2x^2, a_i \in \mathbb{R}\}$ lo spazio costituito dai polinomi di grado al più 2 e dal polinomio nullo. Sia $L : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}_2[x]$ l'applicazione lineare tale che $L(p(x)) = xp'(x) - p(x)$, dove $p'(x)$ è la derivata del polinomio $p(x)$. Trovare la matrice che rappresenta L rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}_2[x]$ e dire se L è iniettiva o suriettiva.

4. Sia $\mathbb{R}_2[x] = \{a_0 + a_1x + a_2x^2, a_i \in \mathbb{R}\}$ lo spazio costituito dai polinomi di grado al più 2 e dal polinomio nullo. Sia $L : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alle basi ordinate $B = \{1, x, x^2\}$ di $\mathbb{R}_2[x]$ e $B' = \{(1,5), (0,1)\}$ di $\mathbb{R}^2$. Trovare dimensione e una base per ImL e trovare $L(x^2)$.

5. Sia $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $v_1 = (1,2,3)$ e $v_2 = (0,1,4)$ sono due autovettori di L di autovalore -2 e $(0,1,1) \in KerL$. Determinare la matrice che rappresenta L rispetto ad una base a vostra scelta.

6. Sia $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $L(1,2,1) = (1,0,2,0)$, $L(0,-1,2) = (2,4,5,1)$ e $L(2,1,1) = (0,4,1,1)$. Trovare la dimensione e una base per ImL e $KerL$ dire se L è suriettiva o iniettiva.