Sottospazi

1. Sia V il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato da $\{(1,0,0,4),(2,1,3,2)(1,5,6,0)\}$ e sia $W=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4|x_1-x_4=0,x_2+x_3=0\}$. Determinare la dimensione e una base per: $V,W,V\cap W,V+W$.

2. Sia $U=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4|x_1-x_3=0,2x_1+x_4=0\}$ e $V=\langle(1,0,2,1),(1,0,0,1),(-1,2,0,0)\rangle$. Determinare la dimensione e una base per $U\cap V$ e $U+V$.

3. Sia $\mathbb{R}_3[x]$ lo spazio costituito dai polinomi di grado al più 3 e dal polinomio nullo. Sia $U=\{p(x)\in\mathbb{R}_3[x]|xp'(x)=p(x)\}$ e $V=\langle 1+x,x^2\rangle$. Determinare la dimensione e una base per $U\cap V$ e $U+V$.

4. Dati i sottospazi di $\mathbb{R}^5$ $V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)\in\mathbb{R}^5|x_1-x_2-x_3=0,4x_1-2x_2+x_4=0,-6x_1+x_2+x_5=0$ e $U=\langle(1,3,0,2,1),(1,5,-6,6,3),(2,5,3,2,1)\rangle$, determinare una base di $U\cap V$ e completarla ad una base di $\mathbb{R}^5$.

5. Sia $V=\langle(1,1,2,0)(-1,-1,-2,4)\rangle$ e $U=\langle(1,0,0,1),(2,0,0,3)\rangle$. Determinare la dimensione ed una base per $U+V$ e $U\cap V$.

6. Siano $V=\langle(1,2,0,0),(0,1,-1,2)\rangle$ e $U=\langle(0,1,-1,0),(0,1,-2,1),(1,-1,0,0)\rangle$ sottospazi di $\mathbb{R}^4$. Determinare la dimensione ed una base per $U\cap V$ e $U+V$.

7. Sia $V=\langle(1,1,2,0)(-1,-1,-2,4)\rangle$ e $U=\langle(1,0,0,1),(2,0,0,3)\rangle$. Determinare la dimensione ed una base per $U+V$ e $U\cap V$.

8. Sia $M_{2,2}(\mathbb{R})$ lo spazio delle matrici quadrate di ordine 2. Si ricorda che per ogni $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}\in M_{2,2}(\mathbb{R})$, $Tr(A)=a_{11}+a_{22}$. Sia V il sottospazio di $M_{2,2}(\mathbb{R})$ costituito dalle matrici A tali che $Tr(A)=0$ e W il sottospazio di $M_{2,2}(\mathbb{R})$ delle matrici A tali che $AM=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$ con $M=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4\end{pmatrix}$. Determinare la dimensione e una base per: $V,W,V\cap W$.