

Geometria Analitica

Esercizio1:

Scrivere l'equazione del piano passante per i punti $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 2, 4)$, $C = (2, -3, 4)$.

Esercizio2:

Dimostrare che i seguenti punti sono complanari: $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 2, -8)$, $C = (2, 8, 1)$, $D = (1, -2, 8)$.

Esercizio3:

Dimostrare che i piani $\pi : 2x + 3y - 4z + 2 = 0$ e $\pi' : 5x - 4y - 3z + 1 = 0$ non sono paralleli.

Esercizio4:

Dimostrare che il vettore $v = (1, 2 - 3)$ non è parallelo al piano $\pi : 5x - y + 3z - 4 = 0$.

Esercizio5:

Scrivere una rappresentazione cartesiana della retta $r : \begin{cases} x = 2 - 3h \\ y = 2 + h \\ z = 3 - 2h \end{cases}$.

Esercizio6:

Scrivere una rappresentazione parametrica della retta $r : \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x + 3y - 4z - 1 = 0 \end{cases}$.

Esercizio7:

Dimostrare che i punti $A = (1, 1, 0)$, $B = (\frac{1}{2}, 2, 1)$, $C = (2, -1, -2)$ sono allineati.

Esercizio8:

Dire perchè il sistema $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 4x - 2y + 6z - 2 = 0 \end{cases}$ non rappresenta una retta e perchè le equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1 + h - 2k \\ y = 2 - h + 2k \\ z = 3 + 2h - 4k \end{cases}$ non rappresentano un piano.

Esercizio9:

Scrivere una rappresentazione parametrica della retta passante per $P = (1, 5, 2)$ e parallela alla retta $r : \begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0 \\ 2x - 5y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$.

Esercizio10:

Determinare l'intersezione del piano $\pi : \begin{cases} x = h - k \\ y = 1 + h \\ z = h - k \end{cases}$ con la retta $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 5t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

Esercizio11:

Date le rette $r : \begin{cases} x - y - 2z + 1 = 0 \\ 2x + y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = h \\ y = h - 1 \\ z = 2h - 3 \end{cases}$, determinare $A = r \cap s$ e il piano π che le contiene entrambe.

Esercizio12:

Scrivere l'equazione del piano che contiene la retta $r : \begin{cases} x + y - 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + \frac{5}{2}z - 1 = 0 \end{cases}$ e parallelo alla retta $s : \begin{cases} x + \frac{2}{3}y - z - 1 = 0 \\ x + 3y - z + 8 = 0 \end{cases}$.

Esercizio13:

Determinare il piano π' parallelo al piano $\pi : x - 3z + 10 = 0$ e contenente la retta $r : \begin{cases} x = 2 + h \\ y = h \\ z = 1 + \frac{1}{3}h \end{cases}$.

Esercizio14:

Dimostrare che le rette $r : \begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ 3x + 2y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + 2y - z + 3 = 0 \\ 2x - 3y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$ sono sghembe.

Esercizio15

Determinare il fascio di piani per $A = (2, 0, -\frac{1}{2})$ e $B = (\sqrt{2}, 1, \frac{3}{4})$.

Esercizio16

Determinare la retta per $P = (-1, 3, 4)$ e perpendicolare alle rette $r : \begin{cases} 2x - 3y + 4z - 1 = 0 \\ x - 3y + 9z + 1 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + 2z - 4 = 0 \\ 2x + 3y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

Esercizio17

Determinare l'angolo θ compreso fra r e π , con $r : \begin{cases} 2x - 3y + z - 1 = 0 \\ x - 2y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ e $\pi : 2x - y - z + 1 = 0$.

Esercizio18

Determinare una retta perpendicolare alle rette $r : \begin{cases} x = h \\ y = 2 - 3h \\ z = 3 - 2h \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$ e calcolare la distanza fra r e s .

Esercizio19

Determinare la distanza di $P = (2, 1, 3)$ da $\pi : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3h \\ z = 1 + 2k - 5h \end{cases}$.

Esercizio20

Determinare la retta appartenente al piano $\pi : 2x - y + 1 = 0$ e perpendicolare a $r : \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + \frac{1}{3}y - z + 2 = 0 \end{cases}$ nel punto $P = (0, 1, \frac{7}{3})$.

Soluzioni

- 1) Una possibile rappresentazione parametrica del piano è: $\begin{cases} x = 1 + 2h - k \\ y = 2 + 5k \\ z = 3 - h - k \end{cases}$, l'equazione cartesiana è $5x + 3y + 10z - 41 = 0$.
- 5) Una possibile rappresentazione cartesiana è: $\begin{cases} x + 3y - 8 = 0 \\ 2y + z - 7 = 0 \end{cases}$.
- 6) Una possibile rappresentazione parametrica è $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} + 11h \\ y = 2h \\ z = -\frac{1}{2} + 7h \end{cases}$.
- 9) Una rappresentazione parametrica è $\begin{cases} x = 1 + 11h \\ y = 5 + 4h \\ z = 2 - h \end{cases}$.
- 10) $r \cap \pi = P = (5, 12, 5)$.
- 11) $A = (2, 1, 1)$ e $\pi : \begin{cases} x = 2 + h + 5k \\ y = 1 + h - k \\ z = 1 + 2h + 3k \end{cases}$.
- 12) Il piano ha equazione $13x + 7y - 13z + 25 = 0$.
- 13) Il piano π' ha equazione $x - 3z + 1 = 0$.
- 15) Il fascio ha equazione $\lambda(x - (\sqrt{2} - 2)y - 2) + \mu(-\frac{5}{4}y + z + \frac{1}{2}) = 0$.
- 16) La retta ha rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = -1 - 11h \\ y = 3 + 18h \\ z = 4 - 29h \end{cases}$.
- 17) $\arcsin \frac{2}{\sqrt{39}}$ e $\arcsin -\frac{2}{\sqrt{39}}$.
- 18) Una qualsiasi retta di vettore direzionale $(5, 3, -2)$. La distanza è $\frac{9}{\sqrt{38}}$.
- 19) La distanza è 1.
- 20) La retta ha rappresentazione cartesiana $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 3x + 6y + 5z - \frac{53}{3} = 0 \end{cases}$.