Prova di esame 7

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

1. Determinare la retta ortogonale e incidente a $r : \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$ passante per l'origine degli assi.

2. Determinare i piani a distanza 1 dal punto $P = (1, 1, 0)$ paralleli alle rette $r : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + 2z = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2u \\ y = -u + 1 \\ z = u \end{cases}$.

3. Dare un esempio di sottospazio di $\mathbb{R}^5$ di dimensione 2 definito da un sistema lineare.

4. Sia $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. A è diagonalizzabile? In caso di risposta affermativa, trovare una matrice diagonale D simile ad A e la matrice P tale che $D = P^{-1}AP$.

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f(1, 2, 0) = (1, 1, 0)$, $f(-1, 1, 0) = (3, 7, -2)$, $f(0, 1, -2) = (1, 3, -1)$. Determinare $f(2, 0, 1)$ e la dimensione e la base di $Kerf$.

6. Sia $V = \langle(1, 0, 1, -1), (2, 1, 0, 1)\rangle$ sottospazio di $\mathbb{R}^4$. Trovare una base ortonormale di U. Scrivere le componenti di $(1, 1, -1, 2)$ rispetto alla base trovata. Scrivere U in forma cartesiana.

Domande:

1. Quali caratteristiche deve avere un sistema che ha come soluzione un sottospazio di dimensione k di $\mathbb{R}^n$?

2. Dare un esempio di matrice che ha $(1, 0, 0)$ come autovettore associato all'autovalore nullo. Tale matrice può essere invertibile?

3. Dati i vettori $v = (1, 2, 1)$ e $u = (0, 1, 1)$, trovare l'angolo formato da essi.