Febbraio 2021

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

1. Stabilire quali tra le seguenti matrici sono diagonalizzabili ortogonalmente e trovare la matrice P e D relativa:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $Kerf = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^4 | x_1 + x_2 - x_3 = 0, 2x_1 + x_3 = 0\}$, $f(2, 0, 0) = (1, 2, 0, 0)$, $f(-1, 1, 1) = (0, 0, 1, -1)$. Trovare $f(1, 0, 1)$. Stabilire quali tra i seguenti vettori appartiene a Imf e trovare la controimmagine di essi: $(0, 0, 0, 0), (1, 2, 2 - 2), (1, 0, 1, 3)$.

3. Trovare la dimensione e la base dei seguenti sottospazi:
   - $V \cap U$, dove $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 | 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$ e $U = \langle(1, 0, 1, 0), (2, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 2), (0, 1, -2, -3)\rangle$
   - le matrici antisimmetriche di ordine 3.

4. - Date le rette $r : \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = u \\ y = -2u + 1 \\ z = 2u \end{cases}$, determinare:
   - a) la loro distanza;
     b) l'angolo formato da esse.
   - Classificare la conica di equazione: $x^2 + y^2 + 6xy - 2x + 2y = 0$.

Domande:

1. Siano A, B, C tre matrici quadrate di ordine 3. Se $AB = AC$, posso concludere $B = C$? E' sepmpre vero o solo sotto certe ipotesi?

2. Quando un sistema omogeneo quadrato può essere incompatibile? Quando ammette soluzioni non nulle?

3. Dati i vettori v e u di $\mathbb{R}^3$, dire qual é la direzione e il modulo del prodotto vettoriale $v \wedge u$. Quando il prodotto vettoriale è nullo?