D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 10.2.2015: Compito B

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1 **[3+2 punti]**

(i) Dare la definizione di derivate parziali per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

(ii) Trovare il dominio di definizione e le derivate parziali di $f(x, y) = y^x$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2 **[3+2 punti]**

(i) Enunciare il Teorema di Weierstrass.

(ii) Mostrare con un esempio che il Teorema di Weierstrass non vale in un intervallo aperto.

Risoluzione

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $\{a_n\}$ una successione monotona. Allora

- $\boxed{\text{a}}$ $\{a_n\}$ non é limitata;
- $\boxed{\text{b}}$ $\lim_{n\to\infty} a_n$ esiste finito;
- $\boxed{\text{c}}$ $\exists \alpha > 0$ tale che $e^{a_n} > \alpha \ \forall n \in \mathbb{N}$;
- $\boxed{\text{d}}$ $|a_n| \leq |a_{n+1}| \ \forall n \in \mathbb{N}$.

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$. Allora la funzione $h(x) = \sin(f(x))$

- $\boxed{\text{a}}$ non é continua in 0
- $\boxed{\text{b}}$ é derivabile in 0 e $h'(0) \neq 0$
- $\boxed{\text{c}}$ é derivabile in 0 e $h'(0) = 0$
- $\boxed{\text{d}}$ é continua, ma non derivabile in 0.

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 3 **[3 punti]**

Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che che $f(2) = 1$, $f'(x) = \sin(x^2) \ \forall x \in \mathbb{R}$. Allora $\forall c \in \mathbb{R}$

- $\boxed{\text{a}}$ $f(c) = 1 + \int_2^c \sin(t^2)dt$
- $\boxed{\text{b}}$ $f(c) = 2 + \int_1^c \sin(t^2)dt$
- $\boxed{\text{c}}$ $f(c) = 1 \int_2^c \sin(t^2)dt$
- $\boxed{\text{d}}$ $f(c) = \int_1^c \sin(t^2)dt$

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 4

[4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) - y'(t) = te^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^3 - \sin(x^3)}{x(e^{x^4} - 1)}$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}}$.

Risoluzione