D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 4.6.2018: Compito A

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di integrabilità in senso improprio per $\int_1^{+\infty} f(x)dx$.

(ii) Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^\alpha}\sin(\frac{1}{x})$ é integrabile in senso improprio in $(1, \infty)$?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Fermat per $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Mostrare con un esempio in $\mathbb{R}^2$ che un punto critico non necessariamente é un punto di estremo locale

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $a_n = \sin(\frac{\pi n}{2}) \cdot \ln(1+n)$. Allora la successione $\{a_n\}$

- [a] diverge
- [b] é limitata;
- [c] converge;
- [d] verifica: $\forall \epsilon > 0$, $\forall n > 0$, $\exists m > n$ t.c. $|a_m| < \epsilon$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f \in C^1([0,1])$ tale che $f(0) = 0$, $f(1) = 2$. Allora

- [a] $\exists x \in [0,1]$ t.c. $f'(x) = 2$;
- [b] $f'(0) \geq 0$;
- [c] f é invertibile;
- [d] f é concava.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é una funzione regolare e tale che $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ e $f'''(x_0) \neq 0$, allora

- [a] x_0 é un massimo locale di f;
- [b] x_0 é un minimo locale di f;
- [c] x_0 non é un un punto di flesso di f;
- [d] f é monotona in un intorno di x_0.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Determinare $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che sia applicabile il teorema di Rolle alla funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x < 0 \\ cx + 3 & x \geq 0 \end{cases}$$

nell'intervallo $[-1, 1]$.

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\iint_D \frac{x}{y^2}\, dxdy$$

ove $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2,\ \frac{x^2}{2} - y \leq 0,\ y - x^2 \leq 0\}$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{|x|} \cdot e^{-x}$.

Risoluzione