D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 10.1.2022: Compito B

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di $\lim_{n\to+\infty} a_n = \ell$.

(ii) Descrivere il comportamento della successione $\{n^\alpha\}_{n\in\mathbb{N}}$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il *Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale*.

(ii) Utilizzando il teorema al punto (i), calcolare $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x (e^{t^2}-1)dt}{x^3}$.

Risoluzione

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione tale che $\lim_{n\to\infty} a_n = \ell \in \mathbb{R}$ e sia $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$. Allora

- [a] $\max A = \ell$;
- [b] A é limitato;
- [c] $\inf A = \ell$;
- [d] $\{\sin(a_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ non é convergente

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Risoluzione (giustificare la risposta)

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile in $x = 0$. Allora

- [a] $f'(0) = 0$;
- [b] $|f|$ non é derivabile in $x = 0$;
- [c] $|f|$ é continua in $x = 0$;
- [d] $|f|$ é derivabile in $x = 0$.

Esercizio 3

[3 punti]

Il piano tangente al grafico di $f(x, y) = ye^x$ nell'origine é dato da

- [a] $z = x$;
- [b] $z = y$;
- [c] $z = xy$;
- [d] $z = 0$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\sin(x)) - x}{\sin(x^3)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (t^2+1)y'(t) = (1-y(t)^2) \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-9}}$ e tracciarne un grafico qualitativo.

Risoluzione