D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 14.1.2020: Compito A

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1 **[3+2 punti]**

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie numerica $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

(ii) Quale é il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2 **[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di derivata parziale rispetto y per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il Teorema di Fermat per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Risoluzione

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie a termini positivi e divergente. Allora

- [a] $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 1/a_n$ converge;
- [b] $\forall \epsilon > 0$, $\exists m > 0$ tale che $\forall n \in \mathbb{N}$, $n > m$ si ha $a_n > \epsilon$
- [c] $\forall n \in \mathbb{N}$, $\exists m > n$ tale che $\displaystyle\sum_{n=0}^{m} a_n > 3$;
- [d] $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua e pari. Allora

- [a] f ha un estremo assoluto in 0 ;
- [b] f é derivabile in 0 e $f'(0) = 0$;
- [c] f é limitata;
- [d] $\forall a > 0$, $\exists M > 0$ tale che $|f(x)| \leq M$ $\forall x \in [-a, a]$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $f(x) = x \ln^2(x)$. Allora

- [a] f ha un asintoto obliquo per $x \to +\infty$
- [b] f é concava
- [c] f é crescente
- [d] f ha un punto di flesso

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Trovare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = t^2 e^{y(t)} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = (x + y + \frac{5}{2})e^{x^2+y^2}$ e classificarli.

Risoluzione