

Appello del 2.7.2024: Compito A

Nome:

Cognome:

Matricola:

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[3+2 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$.

- (i) Dare la definizione di derivata di f in x_0 .
- (ii) Calcolare la derivata della funzione $e^{\cos(x^2)}$ in $x_0 = \sqrt{\pi/2}$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3+2 punti]

- (i) Enunciare il Teorema degli Zeri.
- (ii) Mostrare che la funzione $f(x) = x^4 - x^3 + 3x - 2$ ha un zero positivo.

Risoluzione

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[3 punti]

Si consideri la successione $\{a_n\}$ definita dalla seguente relazione ricorsiva:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1 \quad \text{per } n \geq 1$$

Qual è il limite della successione $\{a_n\}$ quando n tende all'infinito?

a 2

b 1

c 3

d $\frac{4}{3}$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ 2x - 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Allora f

a è continua in $x = 1$ perché $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

b è continua in $x = 1$ perché $f(1) = 3$.

c non è continua in $x = 1$ perché $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$.

d non è continua in $x = 1$ perché $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}$ è

a divergente;

b convergente;

c oscillante;

d a segni alterni.

Risoluzione
