Appello del 31.1.2022: Compito A

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Data $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, dare la definizione di derivata parziale rispetto la variabile x in (x_0, y_0).

(ii) Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = e^{xy^2+y}$ nel punto $(0, 1)$.

Risposta

(i) ______

(ii) ______

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il *Teorema sulla formula di Taylor con il resto di Lagrange.*

(ii) Calcolare lo sviluppo di Taylor del 7° ordine in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = x \sin(x^2) - x^3$

Risoluzione

(i) ______

(ii) ______

Esercizio 1

[3 punti]

Se $a_0 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$, allora

a $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge;

b $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(1/a_n) = +\infty$;

c $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(1/a_n) = 2$;

d $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ non converge, ma é limitata

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Risoluzione (giustificare la risposta)

Sia f continua in $x = 0$. Allora

a $\exists\delta > 0$ tale che f é monotona in $(-\delta, \delta)$;

b $\lim_{n\to\infty} (f(5/(2n + 1)) - f(-1/(3n + 4))) = 0$;

c f é derivabile in $x = 0$;

d $\lim_{n\to\infty} n^2 f(2/5n) = +\infty$.

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f(1) = 2$, $f'(x) = \sin(x^4)$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Allora, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha

a $f(x) = 2 + \displaystyle\int_1^x \sin(t^4)dt$;

b $f(x) = 1 + \displaystyle\int_2^x \sin(t^4)dt$;

c $f(x) = 2 \displaystyle\int_1^x \sin(t^4)dt$;

d $f(x) = \displaystyle\int_2^x \sin(t^4)dt$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) - y'(t) = te^t$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{4\sin(x)}{1+\cos^2(x)}dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione

$$e^{\frac{x-2}{x^2}}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Risoluzione