

Appello del 11.6.2013: Compito **4B**

Nome:

Cognome:

Matricola:

E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
$\Sigma$	

**Domanda 1**

[2+2 punti]

- (i) Dare la definizione di maggiorante di un insieme  $A \subset \mathbb{R}$ .
- (ii) Dare la definizione di estremo superiore di un insieme  $A \subset \mathbb{R}$ .

**Risposta**

(i) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Domanda 2**

[2+3 punti]

- (i) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
- (ii) Enunciare il Teorema del Gradiente

**Risposta**

(i) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### Esercizio 1

[3 punti]

Sia  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una successione tale che  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ . Allora

a  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n = +\infty$

b  $\forall M > 0, \exists n \in \mathbb{N}$  t.c.  $a_n > M$

c  $\exists n \in \mathbb{N}$  t.c.  $\forall M > 0, a_n > M$

d  $a_n$  é asintotica a  $n$

Risoluzione (giustificare la risposta)

vedi compito (A)

### Esercizio 2

[3 punti]

Sia  $A, B$  due insiemi non vuoti. Allora  $\sup(A \cup B)$

a é strettamente maggiore di uno tra  $\sup A$  e  $\sup B$

b é il minimo tra  $\sup A$  e  $\sup B$

c é il massimo tra  $\sup A$  e  $\sup B$

d é strettamente minore di uno tra  $\sup A$  e  $\sup B$

Risoluzione (giustificare la risposta)

Infatti  $\sup(A \cup B) \geq \sup(A)$  e  $\sup(A \cup B) \geq \sup(B)$  quindi  
 b e  d escluse. Se  $A=B$ ,  $\sup(A \cup B) = \sup(A) = \sup(B)$   
quindi  a esclusa

### Esercizio 3

[3 punti]

Sia  $f(x) = (x^6 + x^4)e^{-|x|}$

a  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

b  $f$  non é derivabile in 0

c  $f$  é limitata in  $\mathbb{R}$

d  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ , inoltre  $f$  é continua in  $\mathbb{R}$ , quindi  
 $f$  é limitata in  $\mathbb{R}$

### Esercizio 4

[5 punti]

Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-\alpha}{n+\alpha} \right)^n$  al variare di  $\alpha > 0$ .

#### Risoluzione

vedi compito (A)

### Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int_1^2 \frac{1}{x(9 - \log^2(x))} dx.$$

#### Risoluzione

vedi compito (A)

## Esercizio 6

[5 punti]

Calcolare la misura di  $D$  ove  $D$  é il dominio  $D = \{(x, y) : x^2 - 1 \leq y \leq 5 - |x|\}$

### Risoluzione

vedi compito (A)