

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
I APPELLO 19.01.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore

COMPITO A

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I SI NO FIRMA

- 1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := \cos y (x^2 - 4)$,
- a) determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$;
 - b) determinare i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$;
 - c) classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$.
 - d) Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -\pi \leq x \leq \pi, -\pi \leq y \leq \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.
 - e) Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .

- 2) Data l'equazione differenziale:

$$(x + 1)^2 y'' - 4(x + 1)y' = \log(x + 1), \quad x \in I \subset \mathbb{R} \tag{1}$$

determinare

- a) l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$;
- b) l'integrale generale di (1)
- c) eventuali soluzioni che verificano la condizione $y(2) = 1$ e tali che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y'(x) = 0$.

- 3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{x^2}{1 + x^2} \tag{2}$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B ;
- c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A .
- d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 2$, precisandone "a priori" la regione di convergenza, della funzione $f(x) = \frac{1}{x + 3}$.
- e) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso del prolungamento di f nel campo complesso \mathbb{C} , i.e. sostituendo, in (2), $z \in E \subset \mathbb{C}$ a $x \in E \subset \mathbb{R}$.