RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

carta millimetrata

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

carta millimetrata

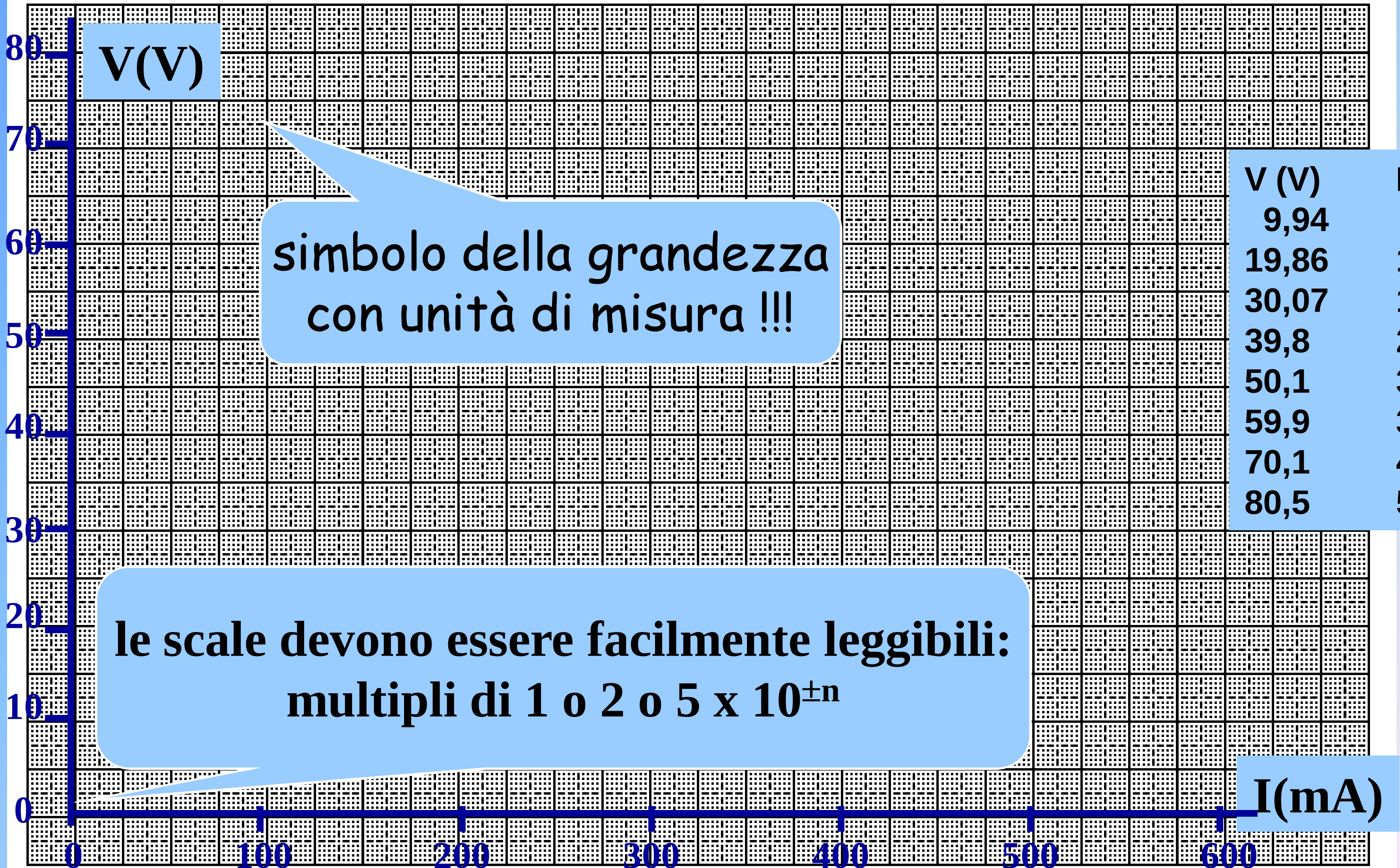
non è necessario riportare sul foglio la tabella

(ma aiuta; l'importante è che stia da qualche parte)

V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

carta millimetrata



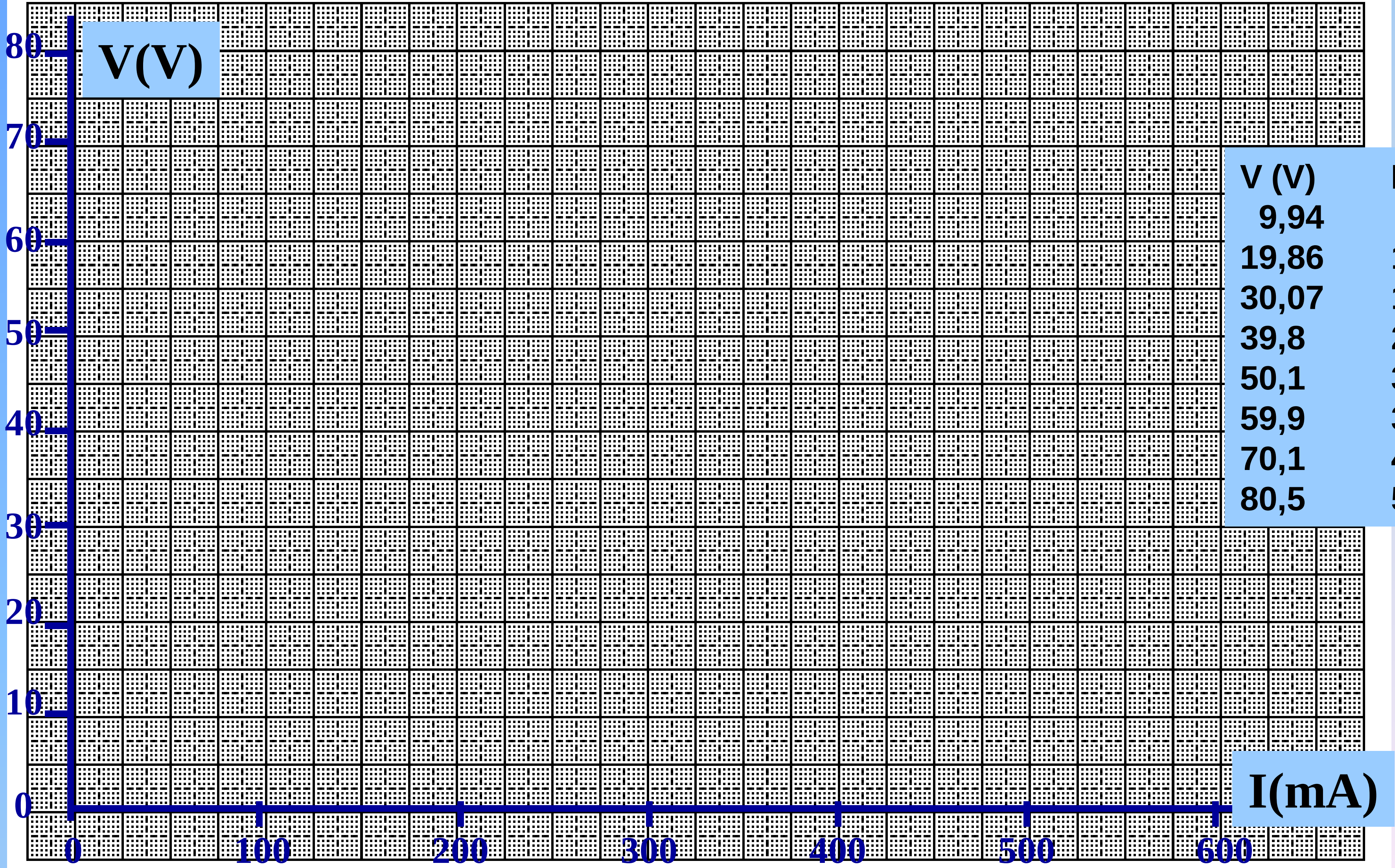
simbolo della grandezza
con unità di misura !!!

le scale devono essere facilmente leggibili:
multipli di 1 o 2 o 5 x $10^{\pm n}$

V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

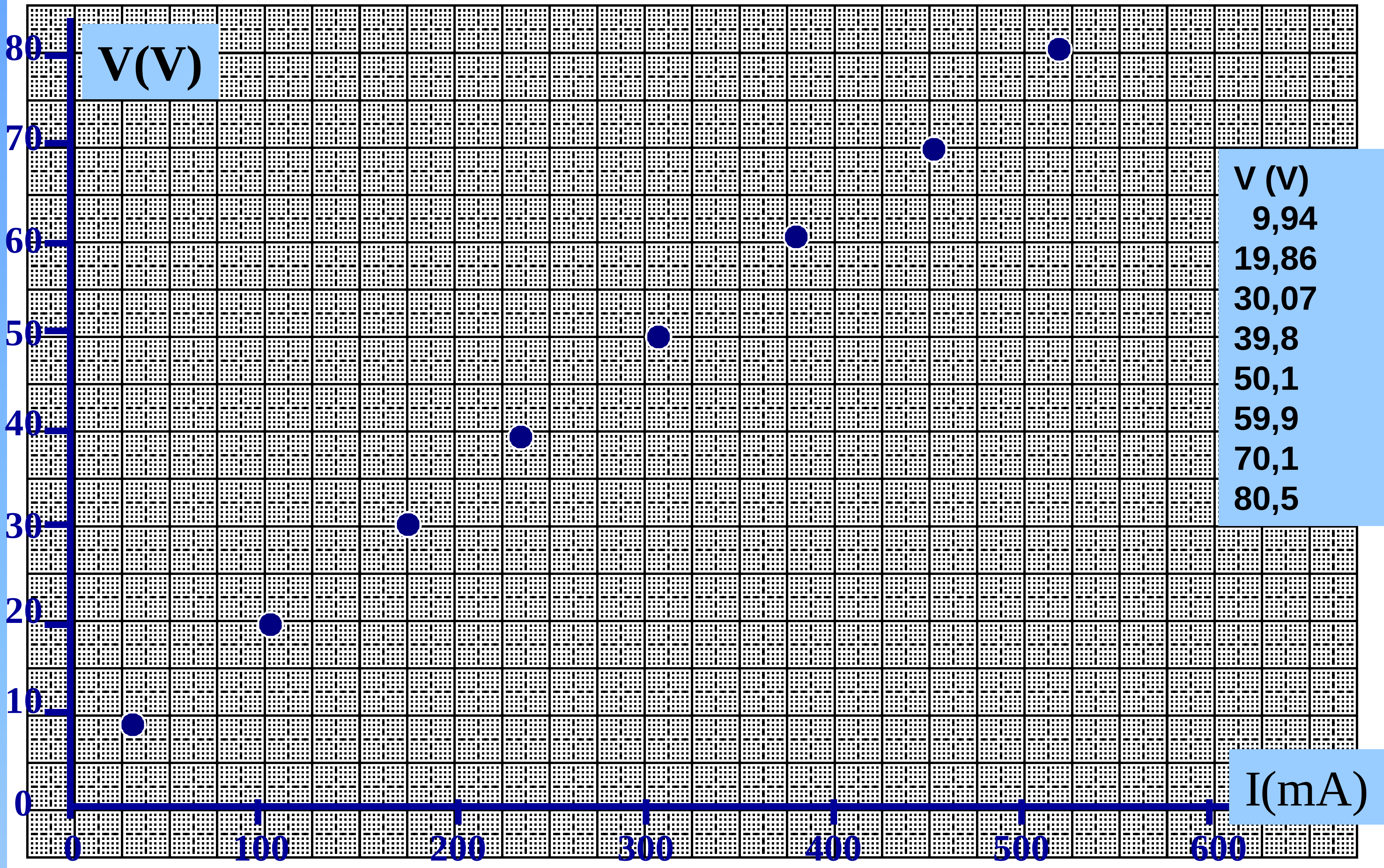
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

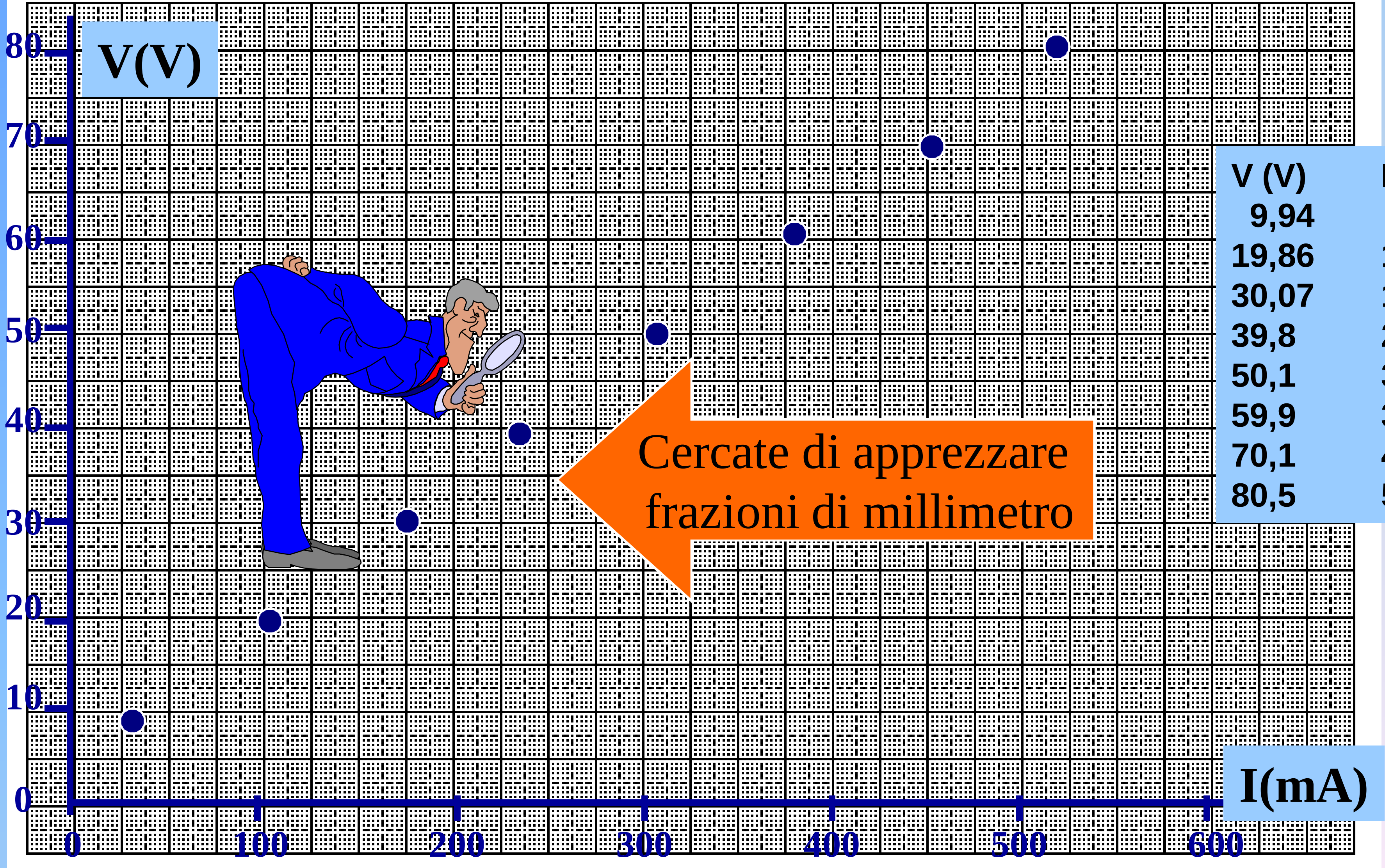
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

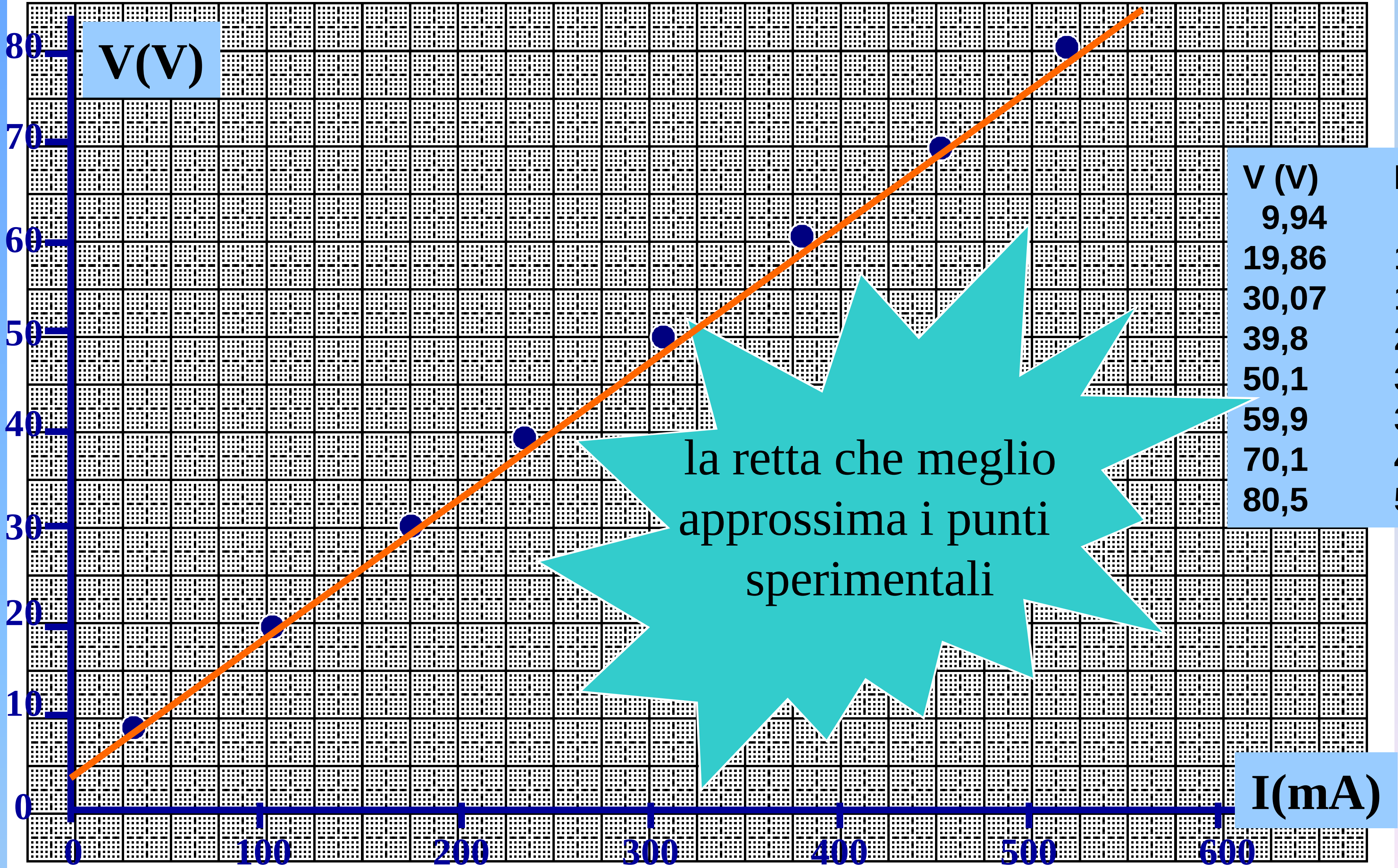
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

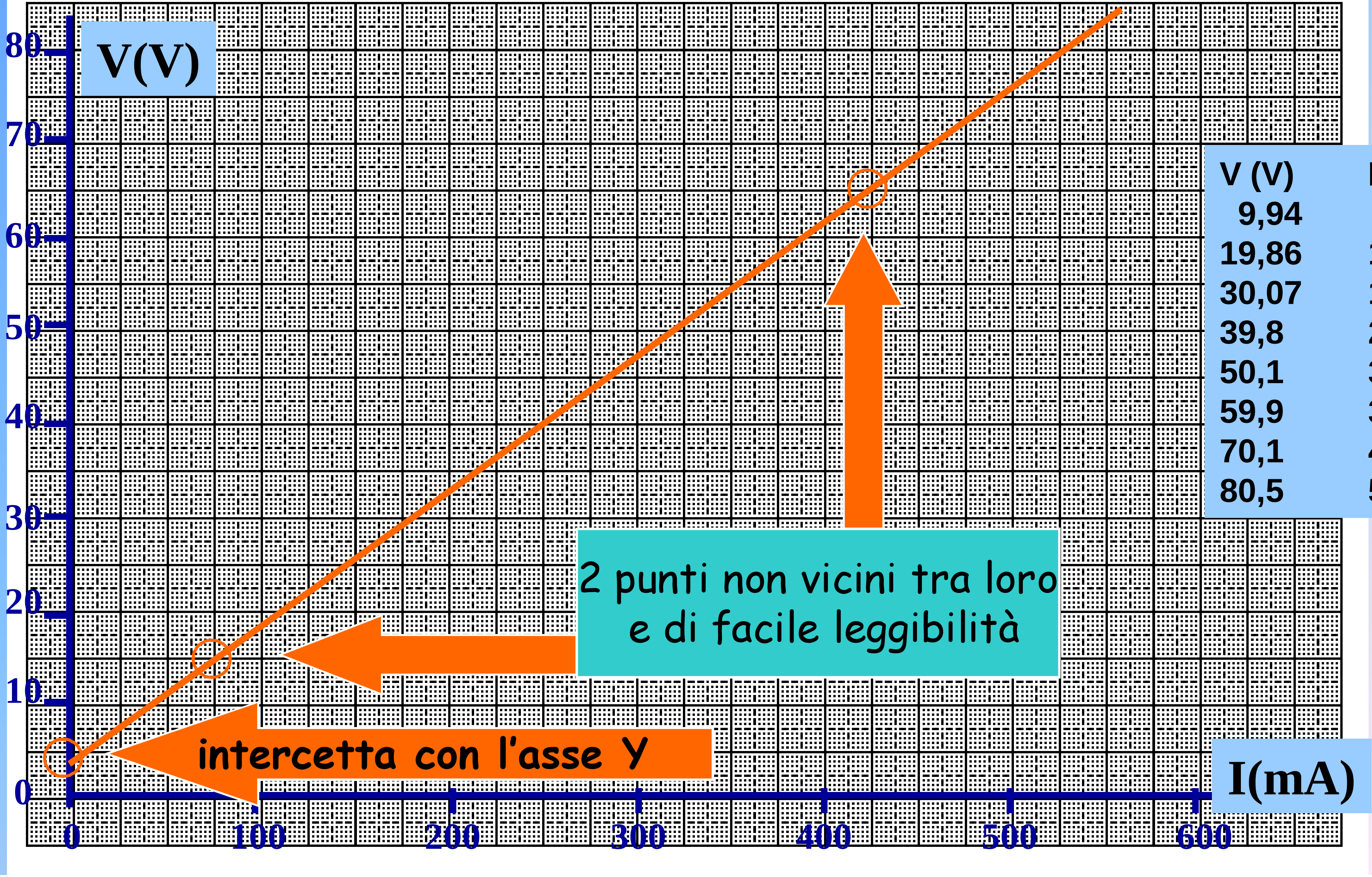
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

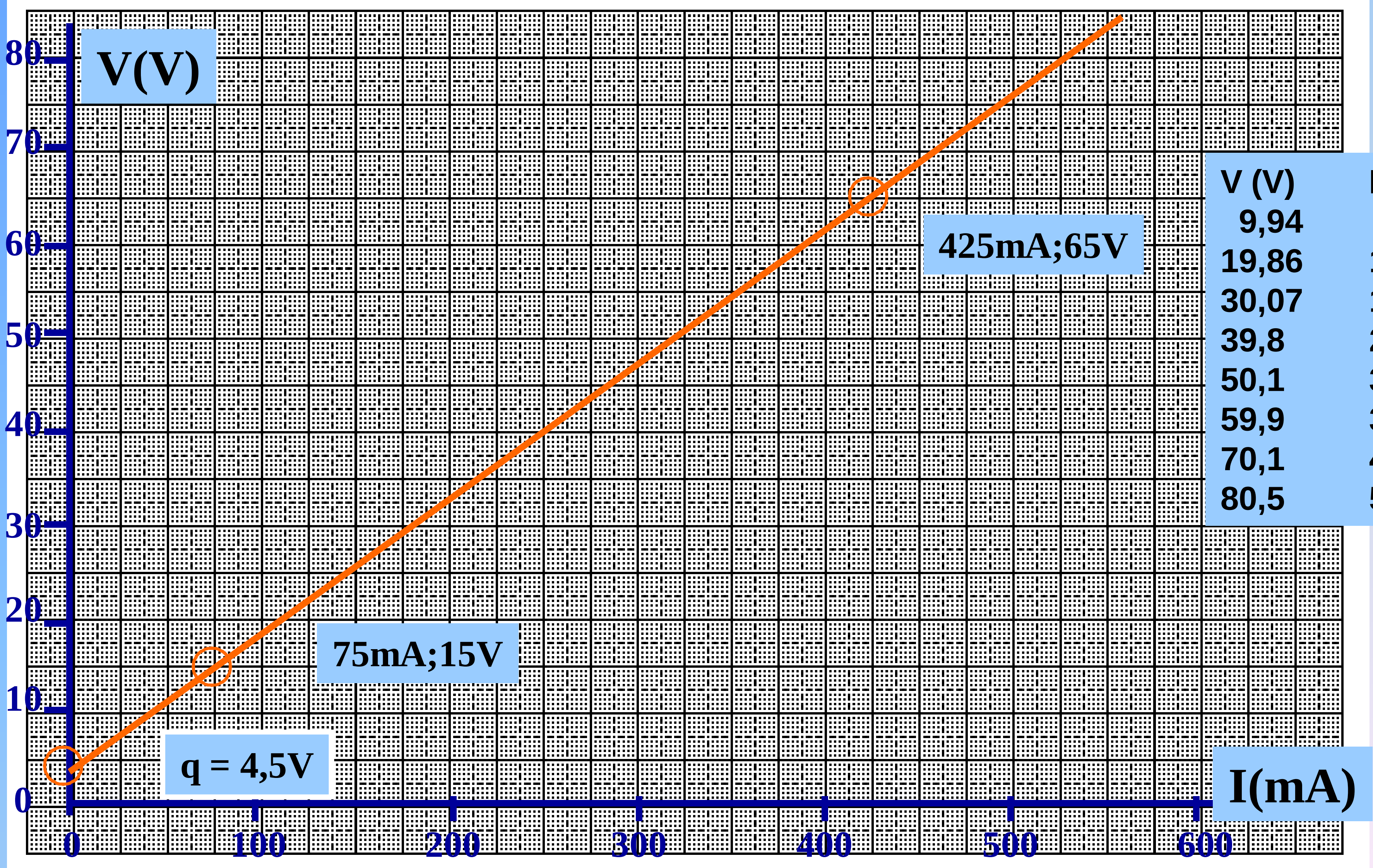
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

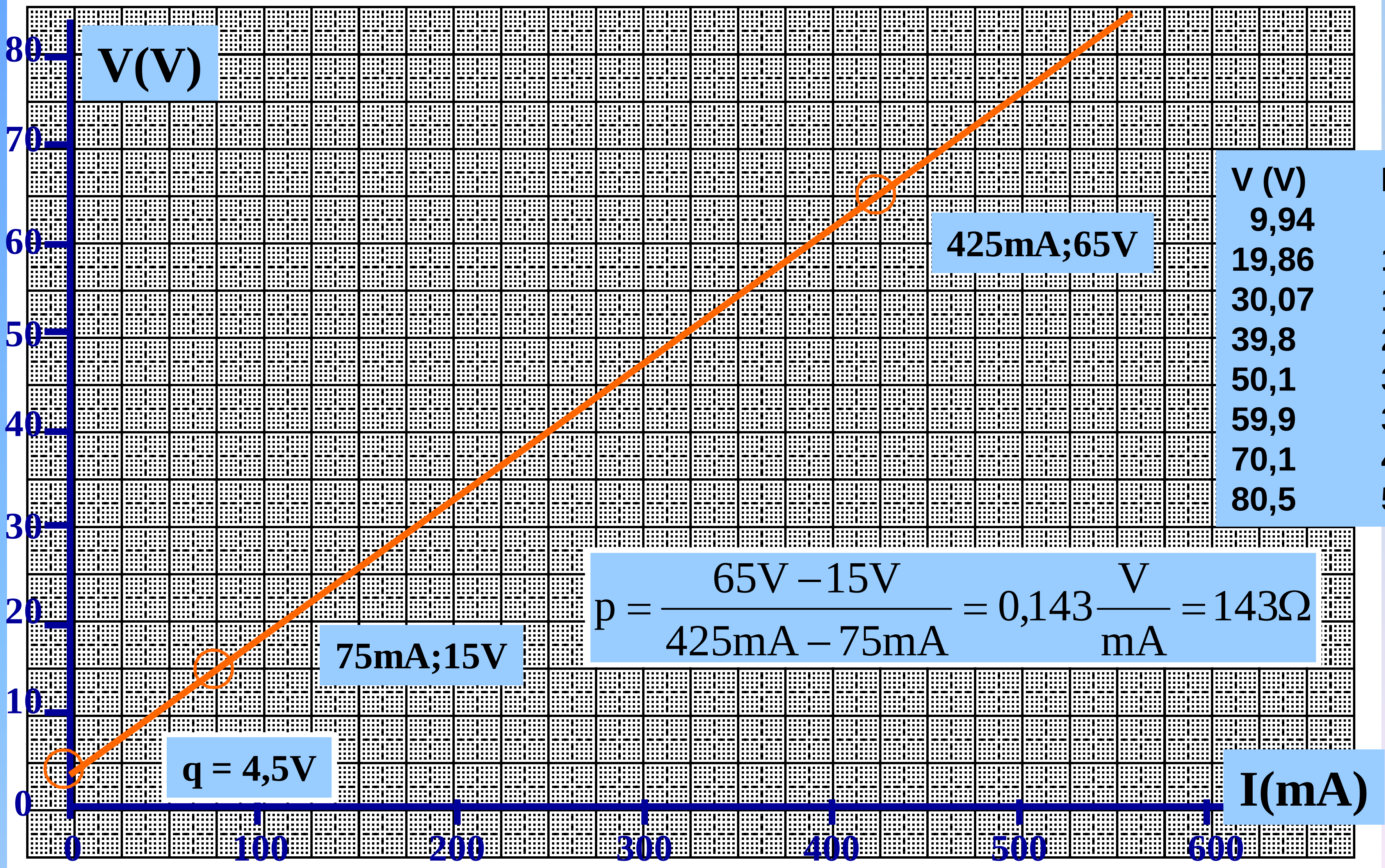
carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

RAPPRESENTAZIONE DI MISURE

carta millimetrata



V (V)	I(mA)
9,94	28,8
19,86	100,3
30,07	176,3
39,8	234,0
50,1	302
59,9	378
70,1	457
80,5	516

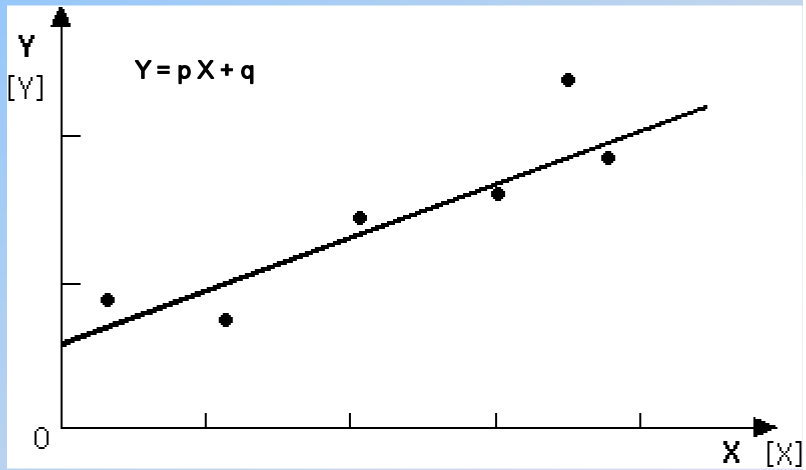
$$p = \frac{65V - 15V}{425mA - 75mA} = 0{,}143\frac{V}{mA} = 143\Omega$$

IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

Esaminiamo un sistema fisico del quale già sappiamo che, se viene sottoposto alla sollecitazione X, produrrà una risposta Y secondo la legge **$Y = p\,X + q$** dove p e q sono due parametri incogniti, scopo della nostra misura.

Per ogni valore X_i della sollecitazione X (con i = 1, N valori diversi) eseguiamo una misura Y_i della grandezza Y.

A causa degli errori di misura il grafico delle misure potrebbe presentarsi così:

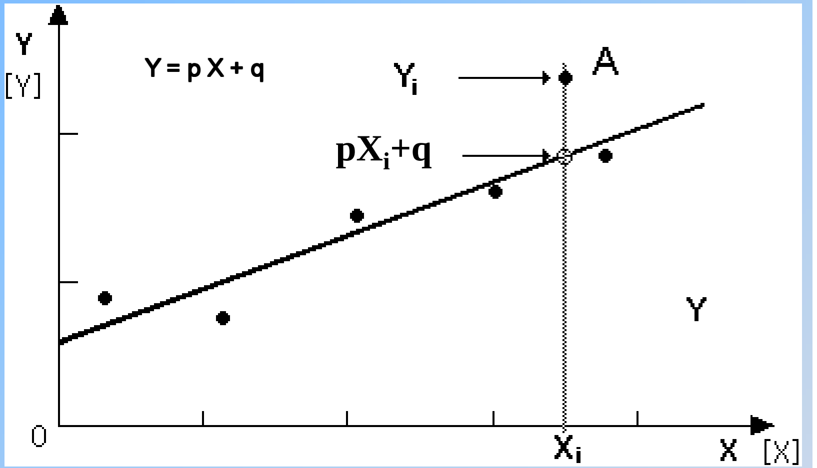


La retta $Y = p\,X + q$, della quale ancora non conosciamo i valori di p e q, rappresenta il valore vero dei risultati.

Il nostro scopo è di determinare la retta che meglio approssima tutti i dati sperimentali, cioè quella per la quale sono minime le distanze (al quadrato) dei punti dalla retta: minimi quadrati.

IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

Come esempio esaminiamo in dettaglio il punto A e calcoliamo la distanza del valore Y_i misurato direttamente (cerchio pieno) da quello stimato a partire dalla conoscenza di X_i (cerchio vuoto). Essa potrebbe aiutarci per stimare i parametri p e q: più è piccola tale distanza e migliore sarà la nostra stima dei parametri).



Dovendo dare una valutazione complessiva della distanza di tutti i punti dalla retta potremmo sommare le distanze delle Y_i dalle $pX_i + q$ ma per evitare compensazioni nella somma di differenze positive e negative si utilizzano i quadrati delle distanze:

$$U = \sum_{i=1,N} \left[Y_i - (pX_i + q)\right]^2$$

Il metodo dei minimi quadrati consiste nella minimizzazione di U al variare dei parametri p e q: quanto più U è piccolo, tanto più la retta stimata passa nelle vicinanze dei punti sperimentali.

IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

I valori dei parametri che minimizzano U costituiscono la nostra stima; essi si ottengono imponendo che le derivate parziali di U rispetto ai parametri p e q siano nulle. Si ottiene

$$\boxed{p_s = \frac{N\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{N\sum X_i^2 - \sum X_i \sum X_i} \qquad q_s = \frac{\sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i Y_i \sum X_i}{N\sum X_i^2 - \sum X_i \sum X_i}}$$

Si potrebbe verificare che U(p_s ,q_s) è effettivamente un punto di minimo ...

IL METODO DEI MINIMI QUADRATI: ESEMPIO

Viene misurato il periodo di oscillazione di un pendolo verticale in funzione della massa applicata all'estremità della molla che lo costituisce.
Esiste una relazione lineare fra il quadrato del periodo di oscillazione e la massa; valutare col metodo dei minimi quadrati la costante di proporzionalità fra T^2 e M:

$$T^2 = p\,M + q.$$

Sono state ottenute le seguenti 6 coppie di misure:

i	M [kg]	T^2 [s^2]
1	0,400	0,388
2	0,480	0,460
3	0,560	0,531
4	0,640	0,600
5	0,720	0,664
6	0,800	0,735

$N = 6$

$\Sigma X_i = 3{,}6$ kg

$\Sigma Y_i = 3{,}378\ s^2$

$\Sigma X_i Y_i = 2{,}123\ kg\ s^2$

$\Sigma X_i^2 = 2{,}272\ kg^2$

denominatore di p_s e q_s = $0{,}672\ kg^2$

$$p_s = \frac{N\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{N\sum X_i^2 - \sum X_i \sum X_i} \qquad q_s = \frac{\sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i Y_i \sum X_i}{N\sum X_i^2 - \sum X_i \sum X_i}$$

A partire dalle misure si calcolano (è indispensabile una calcolatrice, meglio se programmabile o già programmata per stimare la retta di regressione) le quantità:

$$p_s = 0{,}8639\ s^2/kg$$
$$q_s = 0{,}0453\ s^2$$