SECONDA ESERCITAZIONE A CASA A.A. 2017/18

1.2 Algebra vettoriale

FISICA MATEMATICA LCVR

Esercizio 1.2.1 Dato un qualsiasi triangolo ABC di lati a, b, c dimostrare il teorema di Carnot
Suggerimento: usare la $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC}$. $\square$

Esercizio 1.2.2 Dati in modo arbitrario quattro punti P_1, P_2, P_3, P_4 dimostrare che il vettore

$$-\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} + \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_4} + \overrightarrow{P_1P_4} \times \overrightarrow{P_1P_3}$$

è ortogonale al piano individuato dai punti P_2, P_3, P_4. $\square$

Esercizio 1.2.3 Determinare le soluzioni $\vec{v}$ del sistema di equazioni

$$\begin{cases} \vec{a} \times \vec{v} = \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{v} = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} \left(\vec{a} \right)_{RC} = (1, 2, 3)^T \\ \left(\vec{b} \right)_{RC} = (2, -1, 0)^T \end{cases}$$

$\square$

Esercizio 1.2.4 Con riferimento ad una terna ortonormale monometrica destra $(\,O, x, y, z\,)$ si considerino i vettori

$$\vec{v}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \,, \qquad \vec{v}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 \,, \qquad \vec{v}_3 = \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \,,$$

ed una retta orientata r di coseni direttori

$$\alpha = 1/\sqrt{5} \,, \qquad \beta = 1/2 \,, \qquad \gamma = \sqrt{11/20} \,.$$

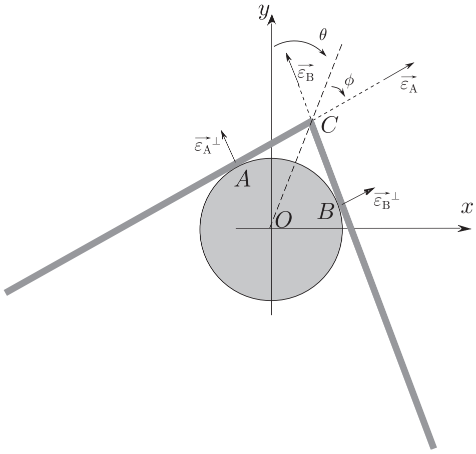
1) Calcolare i prodotti scalare e vettoriale dei vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, dei vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_3$, ed il prodotto misto $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 \times \vec{v}_3$.
2) Calcolare la somma dei vettori dati.
3) Calcolare i coseni direttori delle rette parallele alla somma dei vettori dati.
4) Calcolare la componente della somma dei vettori dati lungo la retta r.

$\square$

2.2 Algebra vettoriale parte seconda

Esercizio 2.2.1

Un compasso costituito da due sbarrette uguali rettilinee rigide omogenee, ciascuna di lunghezza 2ℓ, è posto a cavallo di un disco circolare rigido di raggio R contenuto in un piano verticale e fisso rispetto a terra. Il contatto fra disco e sbarrette si suppone *bilaterale*.



Determinare le espressioni cartesiane dei vettori $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OG}_A$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OG}_B$, e $\overrightarrow{OC}$, in funzione delle variabili (θ, ϕ), rispetto ai versori della base $\mathcal{e}$. □

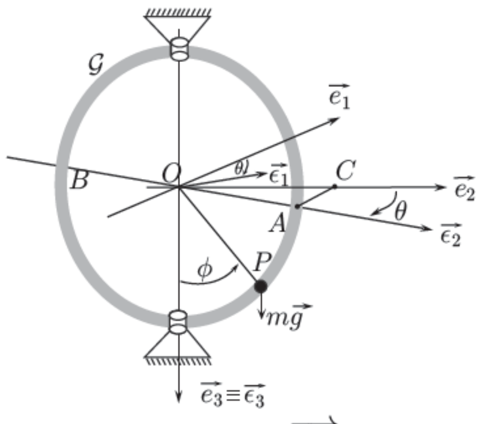
Esercizio 2.2.3

Un corpo rigido $\mathcal{G}$ a forma di anello circolare di raggio R è vincolato a ruotare attorno ad un suo diametro disposto verticalmente e fisso rispetto a terra. Un elemento è vincolato a scorrere lungo l'anello $\mathcal{G}$.

Sia $RC = (O, x, y, z)$ una terna fissa rispetto a terra con z orientato verso il basso e coincidente con l'asse di rotazione di $\mathcal{G}$; sia O il centro dell'anello; sia $R\Gamma := (O, \xi, \eta, \zeta)$ una terna solidale con $\mathcal{G}$ e tale che l'asse ζ coincida con l'asse z e l'asse ξ coincida con l'asse dell'anello. Siano A e B i due punti dell'anello intersezione di questo con il piano orizzontale per O e sia $vers\ \overrightarrow{BA} = \vec{\varepsilon}_2$.

Sia C il punto di RC-coordinate: $(0, R, 0)$, e si assumano ϕ e θ come coordinate.

Si chiami ϕ l'anomalia che il vettore $\overrightarrow{OP}$ forma rispetto ad $\vec{\varepsilon}_3$ contata positivamente nel verso *orario* rispetto ad $\vec{\varepsilon}_1$ e sia θ l'anomalia che il vettore $\vec{\varepsilon}_2$ forma con $\vec{e}_2$ e contata positivamente nel verso antiorario rispetto a z.



Determinare le espressioni cartesiane del vettore $\overrightarrow{OP}$, in funzione delle variabili (θ, ϕ) rispetto ai versori della base fissa $\mathcal{e}$ e a quelli della base $\mathcal{E}$. □