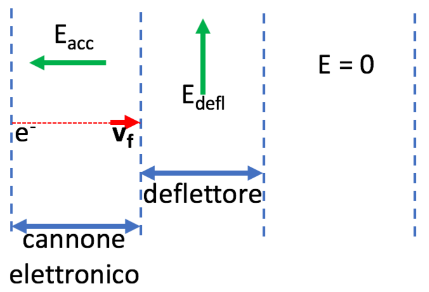
1° ESERCITAZIONE – venerdì 27 settembre 2019 (e altri esercizi di elettrostatica)

1) CANNONE ELETTRONICO - Un elettrone ($q = -e$ con $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C; $m = 9\ 10^{-31}$ kg) è fermo in una regione di spazio in cui viene poi applicato un campo elettrostatico uniforme e costante $E = 10^6$ N/C che lo accelera. Determinare la velocità dell'elettrone dopo che ha percorso una distanza d = 10 cm.



>>> soluzione: $v_f = [2eEd/m]^{1/2} = 2/3\ c$

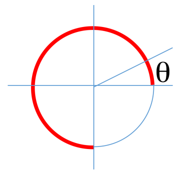
INK JET – Uscito con velocità v_f dal cannone elettronico, l'elettrone incontra prima una zona di campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla velocità raggiunta e poi una zona senza campo (vedi figura).
Disegnare, commentandola, la traiettoria dell'elettrone

2) SEPARATORE ELETTROSTATICO – Le particelle di un residuo di lavorazione (dimensioni millimetriche → massa m = 1 mg) vengono ionizzate: a seconda del tipo di materiale ognuna acquista o cede una carica q = 10 pC. Mentre cadono per un'altezza h = 2 m, le particelle vengono accelerate da un campo elettrostatico orizzontale $E = 10^5$ N/C che separa le positive da quelle negative. Determinare la distanza fra le particelle dei due segni quando sono arrivate a terra. Disegnare, commentandole, le traiettorie dei due tipi di particelle
>>> soluzione: $2\ Ehq/(mg) = 40$ cm

3) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità $\lambda = 1$ nC/m. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza h = 1,4 cm.

{potrebbero essere utili $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$}
>>> soluzione: $E = (\lambda/4\pi\varepsilon_0)\ 1/h\ [(-1)^2+(+1)^2]^{1/2} = 900$ N/C

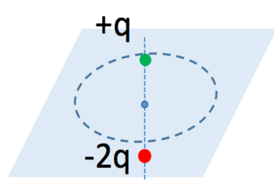
4) Una carica statica nel vuoto è distribuita nel piano XY su un arco di circonferenza ($0 < \theta < 3/2\ \pi$) di raggio R con densità lineare uniforme $\lambda = \lambda_0$. Calcolare:



a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza
b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.
>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = \sqrt{2}\lambda_0/(4\pi\varepsilon_0 R)$; b) $E_z(0,0,z) = 3/8\ (\lambda_0 R/\varepsilon_0)[z/(z^2+R^2)^{3/2}]$

4bis) se la densità di carica non è uniforme ma ha l'andamento $\lambda = \lambda_0 \sin\theta$ calcolare:
a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza
b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.
{potrebbero essere utili $\int \sin^2(\vartheta)d\vartheta = \frac{\vartheta}{2} - \frac{\sin(2\vartheta)}{4} + c$ e/o $\int \sin(\vartheta)\cos(\vartheta)d\vartheta = \frac{\sin^2(\vartheta)}{2} + c$}
>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = (\lambda_0/4\pi\varepsilon_0 R)\ [(-1/2)^2+(-3/4\ \pi)^2]^{1/2}$ b) $E_z(0,0,z) = \lambda_0 R/(4\pi\varepsilon_0)\ [z/(z^2+R^2)^{3/2}]$

5) Due cariche $q' = q = 1$ nC; $q'' = -2q$ sono poste a distanza 2d = 2 mm. Determinare il valore numerico dell'intensità del campo elettrico nei punti del piano mediano a distanza r = 1 m dal segmento congiungente le due cariche. Nel calcolo numerico considerare d << r.



>>> soluzione: $E = kq/r^2 = 9\ 10^9\ 10^{-9} = 9$ N/C

6) Su una spira circolare di raggio R è distribuita uniformemente una carica con densità λ. Lungo l'asse della spira viene posta una bacchetta lunga L anch'essa uniformemente carica (stessa λ). Determinare la forza che agisce tra i due elementi quando un'estremità della bacchetta è nel piano che contiene la spira.
>>> soluzione: $\lambda^2 R/2\varepsilon_0\,[1/R-1/(R^2+L^2)^{1/2}]$

7) Un protone ($m = 1{,}7\ 10^{-27}$ kg; $q = e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C) entra con velocità pari a c/10 in una regione di spazio vuoto profonda d = 10 cm in cui incontra un campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita nell'ipotesi che sia E = 3 MV/m.
>>> soluzione: $3{,}14\ 10^{-2}$ rad = 1,8°

ULTERIORI SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO
1) Moto rettilineo uniformemente accelerato $a = qE/m$; $d = ½\, a\, t^2$ con t istante di uscita dalla zona con campo; $v_f = a\, t$
2) moto <u>rettilineo</u> uniformemente accelerato: $v_x = qE/m\ t$; $v_y = g\ t$; $tg\theta = mg/(qE)$ = costante: retta $x = ½\ qE/m\ t^2$ per un tempo $t = (2hg)^{1/2}$
3) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$
4) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$
5) Posto $R^2 = r^2 + d^2$: $Ex = kq/R^2\ r/R - 2kq/R^2\ r/R = -kq\ r/R^3$
$Ey = -kq/R^2\ d/R - 2kq/R^2\ d/R = -3kq\ d/R^3$ $E^2= [kq/R^3]^2\,[r^2+9d^2] = [kq/r^3]^2[r^2] = [kq/r^2]^2$
6) $dF = dq\ E = \sigma\ dx\ dy\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 x)$ $d<x<d+a$; $0<y<b$
7) $tg\theta = v_y(t)/v_x(t) = qE/m\ d/v_{x2}$ con t istante di uscita dalla zona con campo: $t = d/v_x$

10^{-12} pico p	10^{-9} nano n	10^{-6} micro μ	10^{-3} milli m
10^{12} tera T	10^{9} giga G	10^{6} mega M	10^{3} chilo k

velocità della luce nel vuoto $c = 3\ 10^8$ m/s
1 newton 1 N
1 coulomb 1 C
rigidità dielettrica dell'aria (prima della scarica) $3\ 10^6$ N/C = 3 MV/m