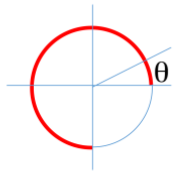
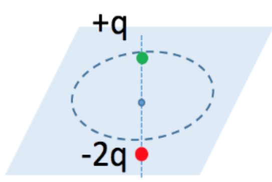
1° ESERCITAZIONE – venerdì 2 ottobre 2020 (e altri esercizi di elettrostatica)

1) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità λ = 1 nC/m. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza h = 1,4 cm.
{potrebbero essere utili $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$}
>>> soluzione: $E = (\lambda/4\pi\varepsilon_0)\sqrt{2}/h$ = 900 N/C



2) Una carica statica nel vuoto è distribuita nel piano XY su un arco di circonferenza ($0 < \theta < 3/2\,\pi$) di raggio R con densità lineare uniforme $\lambda = \lambda_0$. Calcolare:
a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza
b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.
>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = \sqrt{2}\lambda_0/(4\pi\varepsilon_0 R)$; b) $E_z(0,0,z) = 3/8\,(\lambda_0 R/\varepsilon_0)[z/(z^2+R^2)^{3/2}]$

2bis) se la densità di carica non è uniforme ma ha l'andamento $\lambda = \lambda_0 \sin\theta$ calcolare:
a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza
b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.
{potrebbero essere utili $\int \sin^2(\vartheta)d\vartheta = \frac{\vartheta}{2} - \frac{\sin(2\vartheta)}{4} + c$ e/o $\int \sin(\vartheta)\cos(\vartheta)d\vartheta = \frac{\sin^2(\vartheta)}{2} + c$}
>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = (\lambda_0/4\pi\varepsilon_0 R)\,[(-1/2)^2+(-3/4\,\pi)^2]^{1/2}$ b) $E_z(0,0,z) = \lambda_0 R/(4\pi\varepsilon_0)\,[z/(z^2+R^2)^{3/2}]$



3) Due cariche q' = q = 1 nC; q" = - 2 q sono poste a distanza 2d = 2 mm. Determinare il valore numerico dell'intensità del campo elettrico nei punti del piano mediano a distanza r = 1 m dal segmento congiungente le due cariche. Nel calcolo numerico considerare d << r.
>>> soluzione: $E = 1/4\pi\varepsilon_0\, q/r^2$= 9 N/C

4) Su una spira circolare di raggio R è distribuita uniformemente una carica con densità λ. Lungo l'asse della spira viene posta una bacchetta lunga L anch'essa uniformemente carica (stessa λ). Determinare la forza che agisce tra i due elementi quando un'estremità della bacchetta è nel piano che contiene la spira.
>>> soluzione: $\lambda^2 R/2\varepsilon_0\,[1/R-1/(R^2+L^2)^{1/2}]$

5) Un protone (m = 1,7 10^{-27} kg; q = e = 1,6 10^{-19} C) entra con velocità pari a c/10 in una regione di spazio vuoto profonda d = 10 cm in cui incontra un campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita nell'ipotesi che sia E = 3 MV/m.
>>> soluzione: 3,14 10^{-2} rad = 1,8°

10^{-12} pico p	10^{-9} nano n	10^{-6} micro μ	10^{-3} milli m
10^{12} tera T	10^{9} giga G	10^{6} mega M	10^{3} chilo k

velocità della luce nel vuoto c = 3 10^8 m/s
1 newton 1 N
1 coulomb 1 C
rigidità dielettrica dell'aria (prima della scarica) 3 10^6 N/C = 3 MV/m

SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO

1) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$

2) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$

3) Posto $R^2 = r^2 + d^2$: $Ex = kq/R^2\ r/R - 2kq/R^2\ r/R = -kq\ r/R^3$

$Ey = -kq/R^2\ d/R - 2kq/R^2\ d/R = -3kq\ d/R^3$ $E^2= [kq/R^3]^2\ [r^2+9d^2] = [kq/r^3]^2[r^2] = [kq/r^2]^2$

4) determinare $E(0,0,z) = \lambda R/2\varepsilon_0\ \ z/(z^2+R^2)^{3/2}$ e integrare, per $0 < z < L$, la forza agente su un elemento dz della barretta: $dF = E(z)\ \lambda\ dz$

$dF = dq\ E = \sigma\ dx\ dy\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 x)$ $d<x<d+a$; $0<y<b$

5) $tg\theta = v_y(t)/v_x(t) = qE/m\ d/v_{x2}$ con t istante di uscita dalla zona con campo: $t = d/v_x$