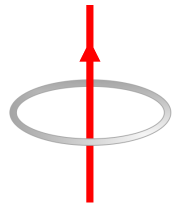
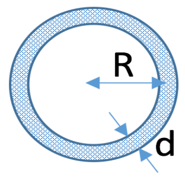
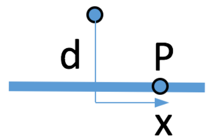
10° ESERCITAZIONE – mercoledì 28 novembre 2018 (e altri esercizi)



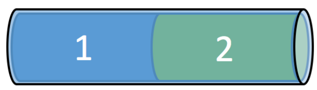
1) Un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente I = 10 A, è disposto sull'asse di un sottile anello materiale di permeabilità magnetica μ_r = 3 e raggio R = 10 cm. Si calcolino, in sequenza, il modulo di **H**, di **B**, di **M** e della densità superficiale della corrente di magnetizzazione $\mathbf{J_{ms}}$. Determinare direzione e verso di $\mathbf{J_{ms}}$
>>> soluzione: $50/\pi$ A/m; 60 μT; $100/\pi$ A/m; $100/\pi$ A/m



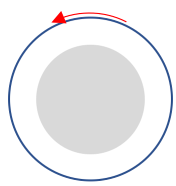
2) Su un sottile anello di ferro di raggio medio R = 20 cm (R >> d) sono avvolte N = 100 spire di filo conduttore.
Determinare la permeabilità magnetica relativa del ferro sapendo che M = 2 10^5 A/m e che nell'avvolgimento scorre una corrente I = 0,5 A.
>>> soluzione: 5000



3) Un lungo filo rettilineo, percorso dalla corrente stazionaria I, è a distanza d da un foglio sottile, molto esteso, di un materiale omogeneo isotropo con permeabilità μ_r. Calcolare l'espressione del modulo del vettore induzione magnetica B nel generico punto P, all'interno del materiale, individuato dalla distanza x.
{nel passaggio da un materiale e l'altro B e H si comportano diversamente}
>>> soluzione: $B(x) = [\mu_0 I/(2\pi)]\ (x^2+\mu_r^2 d^2)^{1/2}/(x^2+d^2)$



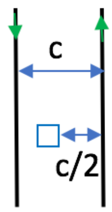
4) Il volume interno di un solenoide costituito da n = 2000 spire/m di sezione S = 1 cm^2 e lunghezza L = 20 cm è riempito completamente da due cilindri di lunghezza L/2 costituiti da materiali omogenei di suscettività magnetiche $\chi_1 = +10^{-5}$ e $\chi_2 = -10^{-5}$. Nell'avvolgimento scorre una corrente elettrica di intensità costante per cui il campo magnetico è orientato da 1 verso 2. Determinare, trascurando gli effetti di bordo anche nella zona di contatto fra i due materiali:
a) il rapporto fra le correnti di magnetizzazione superficiale dei due materiali con il loro verso
b) la differenza tra l'energia accumulata in 1 e in 2 qualora nell'avvolgimento scorra una corrente elettrica di intensità costante I = 100 mA.
>>> soluzione: $J_{m,2}/J_{m,1} = -1$; $\Delta U = 1{,}6\ \pi$ pJ



5) Un solenoide indefinito formato da n = 1000 spire/m è percorso dalla corrente I = 2 A nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, coassialmente, è posta una barra di materiale ferromagnetico, di sezione circolare con raggio r inferiore a quello R del solenoide. La barra, di permeabilità magnetica relativa μ_r = 6, è magnetizzata uniformemente. Calcolare la densità di corrente di magnetizzazione $J_{m,s}$ sulla superficie della barra e indicarne in una sezione la direzione e il verso.
>>> soluzione: 10^4 A/m

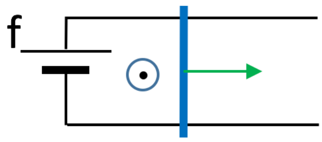
6) Un cilindro conduttore, di permeabilità magnetica relativa μ_r = 100, raggio R = 1 cm e lunghezza L >> R, è percorso da corrente in direzione parallela al proprio asse. Determinare il valore del campo magnetico a distanza R/2 dall'asse del cilindro se il modulo della densità di corrente è J(r) = k r con r distanza dall'asse del cilindro e k = 2,86 x 10^8 A/m^3.
>>> soluzione: B = 0,3 T

7) Due fili rettilinei, indefiniti, paralleli, distanti c sono percorsi in versi opposti dalle correnti I_1 e I_2 entrambe pari a 2 A. Una spira quadrata di lato c/4 giace, come indicato in figura, sul piano dei fili. Determinare il valore del flusso di B attraverso la spira per c = 10 cm.
>>> soluzione: 11 nTm^2



Faraday-Neumann-Lenz

8) Una sbarretta conduttrice di lunghezza L, massa m e resistenza R si muove su due guide conduttrici parallele orizzontali con velocità iniziale v_0 verso destra. Il circuito è immerso in un campo B uniforme e costante uscente dal piano. In quanto tempo la sbarretta di ferma?

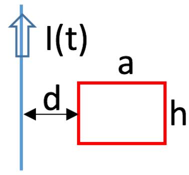


{ricavare nell'ordine: la corrente della maglia, la forza (II Laplace) agente sulla sbarretta, l'espressione della velocità in funzione del tempo (a = dv/dt)]
>>> soluzione: $mR/(LB)^2 \ln(1+v_0LB/f)$

9) Una spira quadrata, di resistenza R e lati lunghi L disposti parallelamente agli assi X e Y, si muove con velocità v_0 nel verso delle Y crescenti. Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti Bx = By = 0 e Bz = c y^2. Determinare l'intensità della corrente indotta nella spira.
>>> soluzione: $I = cL(2v_0t+L^2)/R$

10) Una spira quadrata, di resistenza R = 0,1 Ω e lati di lunghezza L = 10 cm disposti parallelamente agli assi X e Y, giace sul piano z = 0 immersa in un campo magnetico diretto nel verso delle z crescenti: $B_z(x, y, 0) = k\,x$ con k = 1 T/m. Detta x la distanza della spira dall'asse Y, determinare direzione, verso e intensità della forza agente sulla spira mentre trasla con velocità costante v_0 = 2 m/s in direzione delle x crescenti.
>>> soluzione: Fx =-2 mN

11) Una spira rettangolare di lati a e h e di resistenza R è posta nel piano XY a distanza d da un filo posto lungo l'asse Y percorso da una corrente I(t) = k t (k>0). Ricavare modulo e verso della corrente che circola nella spira e modulo, direzione intensità e verso della forza che subisce nel tempo la spira al passaggio della corrente.



>>> soluzione: $I_{ind} = \mu_0 kh/(2\pi R) \ln(1+a/d)$ antiorario; $Fx = \mu_0\, I(t)\, I_{ind} ha/[2\pi d(d+a)]$ verso destra

12) Un sottile avvolgimento compatto di forma rettangolare formato da N = 50 spire con i lati di lunghezza a = 20 cm e b = 50 cm ruota con velocita angolare costante attorno a un asse parallelo al lato maggiore e passante per il centro dell'avvolgimento.
L'avvolgimento è immerso in un campo magnetico B = 0,2 T perpendicolare all'asse di rotazione.
Determinare la frequenza di rotazione dell'avvolgimento affinché in esso si generi una forza elettromotrice massima f_0 = 100 V.
>>> soluzione: $25/\pi$ Hz

13) Un'asta metallica lunga L = 10 cm ruota intorno ad un asse verticale perpendicolare passante per una sua estremità con velocità angolare ω = 4 krad/s. Nello spazio circostante è presente un campo B = 0,1 T orientato come $\boldsymbol{\omega}$. Determinare il potenziale sul punto della sbarra più lontano dall'asse di rotazione considerando pari a -2 V il potenziale dell'altra estremità che è posta sull'asse di rotazione.
>>> soluzione: V = 0

14) Al centro di un lungo solenoide di raggio R = 3 cm (n = 200 spire/cm) è posta, coassialmente, una bobina costituita da N = 300 spire strettamente impacchettate di diametro d = 2 cm.
La corrente del solenoide cresce linearmente da 0 a 2 A in Δt = 0,32 s.
Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nella bobina mentre la corrente del solenoide sta aumentando.
>>> soluzione: 15 mV

15) Un lungo solenoide di sezione S = 5 cm^2 costituito da n = 1000 spire/m viene percorso da una corrente di intensità variabile: $I(t) = I_0 (1+t/T)$ con I_0 = 10 mA e T = 1 ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie s = 1 cm^2 di resistenza R = 10 mΩ posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.
>>> soluzione: 0,11 mA

1) $H = I/(2\pi R)$; $B = \mu H$; $M = \chi H$; Jm,s = M
2) $H = NI/(2\pi R)$; $\chi = M/H$
3) $[B(x) = [\mu_o I/(2\pi)]\ (x^2+\mu_r{}^2d^2)^{1/2}/(x^2+d^2)]$
4) a) da $\mathbf{J}_{m,i1} = \chi_1\ \mathbf{H}_1 \times \mathbf{n}$ si ha $J_{m,1} = \chi_1$ n I orientata nel verso orario mentre $J_{m,2} = \chi_2$ n I orientata nel verso antiorario; b) $½\mu_0|\chi|SL(nI)^2$
5) $M = (\mu_r -1)$ n I
6) $B = \mu kR^2/12$
7) $\mu_0/8\pi$ I c ln3
9) $I = cL(2v_0t+L^2)/R$
10) $Fx = -k^2v_0L^4/R$
11) $\Phi[B(t)] = \mu_0/(2\pi)$ kt h ln[(d+a)/d]; $Fx = I_{ind}h\ B(d) - I_{ind}h\ B(d+a)$
12) $\nu = f_0/(2\pi\ NabB)$
13) $\Delta V=\omega BL^2/2$
14) $f = -N(\pi d^2/4)\ \mu_o n\ dI/dt$
15) $I = 1/R\ \mu_0\ n\ I_0/T\ s\ \sqrt{3}/2$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

3) $H(x) = I/[2\pi(x^2+d^2)]$; $H_{0x}(x) = H(x)\ d/(x^2+d^2)^{1/2}$; $H_{0y}(x) = H(x)\ x/(x^2+d^2)^{1/2}$; $B_x(x) = \mu H_x(x) = \mu H_{0x}(x)$
$B_y(x) = B_{0y}(x) = \mu_o H_{0y}(x)$; $B(x) =\mu_o\ I/[2\pi(x^2+d^2)\ [(\mu_r d)^2+x^2]^{1/2}$
4) Trascurando gli effetti di bordo il campo H = nI e i campi B_i sono confinati all'interno dei materiali, uniformi e paralleli all'asse del solenoide, come se fossero due circuiti indipendenti.
b) $U_i = ½\ B_iH\ \tau = ½\ \mu_i\ (nI)^2SL/2$ e quindi $\Delta U = ½\ (\mu_2-\mu_1)\ (nI)^2\ SL/2 = ½\ (\mu_0\ 2\chi_1)(nI)^2\ SL/2$.
In alternativa $\Delta U = ½\ (L_2-L_1)\ I^2$ con $L_i = \Phi(B_i)/I_i = \mu_i\ n\ (nL/2)\ S \rightarrow \Delta U = ½\ (\mu_0\ 2\chi_1)\ n\ (nL/2)\ S\ I^2$
5) $\mathbf{J}$m,s = $\mathbf{M} \times \mathbf{n} = \chi\mathbf{H} \times \mathbf{n}$
6) 2π R/2 H = int(2πrJdr) = $k\pi R^3/12 \rightarrow H = kR^2/12 \rightarrow B = \mu H$
7) detta x la distanza dal filo di sinistra $d\Phi(B) = \mu_0 I/2\pi\ [1/x+1/(c-x)]\ c/4\ dx$ da integrare fra c/4 e c/2
8) I = (f+LBv)/R; F=ILB; (f+LBv)/R LB = m dv/dt $\rightarrow$ LBdt/(mR) = dv/(f+LBv) da v_0 a v(t)
9) $I = 1/R\ d\Phi/dt$; $d\Phi = cy^2\ Ldy$ da integrare fra v_0t e $v_0t+L \rightarrow \Phi =1/3\ cL\ [(v_0t+L)^3-(v_0t)^3]$
10) $I = 1/R\ d\Phi/dt$; $d\Phi = kx\ Ldx$ da integrare fra v_0t e $v_0t+L \rightarrow \Phi =1/2\ kL\ [(v_0t+L)^2-(v_0t)^2] \rightarrow$
$I = kv_0L^2/R$; $Fx = ILkx - ILk(x+L) = -IkL^2$
12) $f(t)=-d/dt\ [Nab\ B\cos(\omega t)] =NabB\ 2\pi\nu\ \sin(\omega t) = f_0 \sin(\omega t$
13) $E^* = F_L/q = \omega rB \rightarrow f = ½\ \omega L^2B \rightarrow V_+ = V_- + f$
14) i = kt; k = 2/0,31 A/s
15) $I = f/R = 1/R\ d/dt(\mu_0\ n\ I(t)\ s\ \cos 30)$