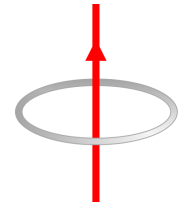


**10° ESERCITAZIONE – venerdì 29 novembre 2019 (e altri esercizi)**

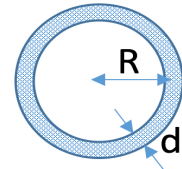
10.1) Un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente  $I = 10 \text{ A}$ , è disposto sull'asse di un sottile anello materiale di permeabilità magnetica  $\mu_r = 3$  e raggio  $R = 10 \text{ cm}$ . Si calcolino, in sequenza, il modulo di  $\mathbf{H}$ , di  $\mathbf{B}$ , di  $\mathbf{M}$  e della densità superficiale della corrente di magnetizzazione  $\mathbf{J}_{ms}$ . Determinare direzione e verso di  $\mathbf{J}_{ms}$



>>> soluzione:  $50/\pi \text{ A/m}$ ;  $60 \mu\text{T}$ ;  $100/\pi \text{ A/m}$ ;  $100/\pi \text{ A/m}$

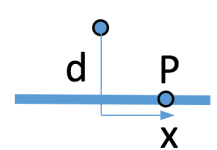
10.2) Su un sottile anello di ferro di raggio medio  $R = 20 \text{ cm}$  ( $R \gg d$ ) sono avvolte  $N = 1000$  spire di filo conduttore.

Determinare la permeabilità magnetica relativa del ferro sapendo che  $M = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$  e che nell'avvolgimento scorre una corrente  $I = 0,5 \text{ A}$ .



>>> soluzione:  $\chi_m = 500$

10.3) Un lungo filo rettilineo, percorso dalla corrente stazionaria  $I$ , è a distanza  $d$  da un foglio sottile, molto esteso, di un materiale omogeneo isotropo con permeabilità  $\mu_r$ . Calcolare l'espressione del modulo del vettore induzione magnetica  $\mathbf{B}$  nel generico punto  $P$ , all'interno del materiale, individuato dalla distanza  $x$ .



{nel passaggio da un materiale e l'altro  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$  si comportano diversamente}

>>> soluzione:  $B(x) = [\mu_0 I / (2\pi)] (x^2 + \mu_r^2 d^2)^{1/2} / (x^2 + d^2)$

10.4) Il volume interno di un solenoide costituito da  $n = 2000$  spire/m di sezione  $S = 1 \text{ cm}^2$  e lunghezza  $L = 20 \text{ cm}$  è riempito completamente da due cilindri di lunghezza  $L/2$  costituiti da materiali omogenei di



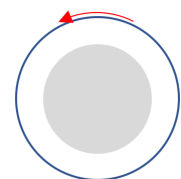
suscettività magnetiche  $\chi_1 = +10^{-5}$  e  $\chi_2 = -10^{-5}$ . Nell'avvolgimento scorre una corrente elettrica di intensità costante per cui il campo magnetico è orientato da 1 verso 2. Determinare, trascurando gli effetti di bordo anche nella zona di contatto fra i due materiali:

a) il rapporto fra le correnti di magnetizzazione superficiale dei due materiali con il loro verso

b) la differenza tra l'energia accumulata in 1 e in 2 qualora nell'avvolgimento scorra una corrente elettrica di intensità costante  $I = 100 \text{ mA}$ . [l'equivalente di  $u_{e.s.} = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$  è  $u_m = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$ ]

>>> soluzione:  $J_{m,2} / J_{m,1} = -1$ ;  $\Delta U = 1,6 \pi \text{ pJ}$

10.5) Un solenoide indefinito formato da  $n = 1000$  spire/m è percorso dalla corrente  $I = 2 \text{ A}$  nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, coassialmente, è posta una barra di materiale ferromagnetico, di sezione circolare con raggio  $r$  inferiore a quello  $R$  del solenoide. La barra, di permeabilità magnetica relativa  $\mu_r = 6$ , è magnetizzata uniformemente. Calcolare la densità di corrente di magnetizzazione  $\mathbf{J}_{m,s}$  sulla superficie della barra e indicarne in una sezione la direzione e il verso.



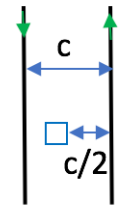
>>> soluzione:  $10^4 \text{ A/m}$

10.6) Un cilindro conduttore, di permeabilità magnetica relativa  $\mu_r = 100$ , raggio  $R = 1 \text{ cm}$  e lunghezza  $L \gg R$ , è percorso da corrente in direzione parallela al proprio asse. Determinare il valore del campo magnetico  $\mathbf{B}$  a distanza  $R/2$  dall'asse del cilindro se il modulo della densità di corrente è  $J(r) = k r$  con  $r$  distanza dall'asse del cilindro e  $k = 600/\pi \times \text{MA/m}^3$ .

>>> soluzione:  $B = 0,2 \text{ T}$

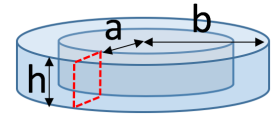
FLUSSO DI B E AMENITA' VARIE PROPEDEUTICHE ALL'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

10.7) Due fili rettilinei, indefiniti, paralleli, distanti  $c$  sono percorsi in versi opposti dalle correnti  $I_1$  e  $I_2$  entrambe pari a 2 A. Una spira quadrata di lato  $c/4$  giace, come indicato in figura, sul piano dei fili. Determinare il valore del flusso di B attraverso la spira per  $c = 10$  cm.



>>> soluzione:  $11 \text{ nTm}^2$

10.8) Calcolare il coefficiente di autoinduzione  $L = \Phi[B(I)]/I$  di un solenoide compatto costituito da  $N = 400$  spire avvolte intorno a un nucleo ferromagnetico toroidale alto  $h = 2$  cm, di raggio interno  $a = 8$  cm, raggio esterno  $b = 10$  cm e permeabilità magnetica relativa  $\mu_r = 100$ .



[la superficie attraverso la quale calcolare il flusso è pari  $N$  l'area di una spira]

>>> soluzione:

$$L = \mu_0 \mu_r / 2\pi N^2 h \ln(b/a) = 0,014 \text{ unità SI}$$

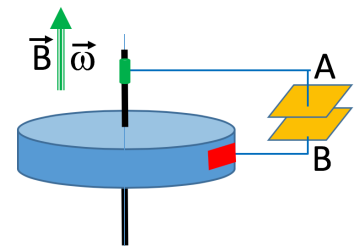
10.9) Un sottile filo rettilineo indefinito in cui scorre una corrente  $I = 0,5$  A è complanare con una sbarretta metallica lunga  $L = 10$  cm; essa è posta ortogonalmente al filo con gli estremi, A e B, distanti dal filo  $x_A = 1$  cm e  $x_B = 11$  cm, rispettivamente, e si muove parallelamente al filo con una velocità costante  $v$  diretta nel verso di scorrimento della corrente. Determinare il modulo di  $v$  sapendo che la differenza di potenziale tra gli estremi della sbarretta vale  $V_A - V_B = 0,1$   $\mu$ V.

>>> soluzione:  $0,42 \text{ m/s}$

10.10) Un'asta metallica lunga  $L = 10$  cm ruota intorno ad un asse verticale perpendicolare passante per una sua estremità con velocità angolare  $\omega = 4$  krad/s. Nello spazio circostante è presente un campo  $B = 0,1$  T orientato come  $\omega$ . Determinare il potenziale sul punto della sbarra più lontano dall'asse di rotazione considerando pari a  $-2$  V il potenziale dell'altra estremità che è posta sull'asse di rotazione.

>>> soluzione:  $V = 0$  V

10.11) Un disco conduttore di raggio  $R = 5$  cm ruota intorno al suo asse con velocità angolare costante  $\omega = 600$  rad/s immerso in un campo magnetico  $B = 0,1$  T parallelo all'asse di rotazione. Il perno e il bordo del disco sono connessi tramite due contatti striscianti alle armature di un condensatore di capacità  $C = 10$   $\mu$ F. Calcolare, a regime, valore e segno della carica sull'armatura A del condensatore.



>>> soluzione:  $Q = -0,75 \mu\text{C}$

10.1)  $H = I/(2\pi R)$ ;  $B = \mu H$ ;  $M = \chi H$ ;  $J_{m,s} = M$

10.2)  $H = NI/(2\pi R)$ ;  $\chi = M/H$

10.3)  $H_o = I/[2\pi(x^2+d^2)^{1/2}]$ ;  $B^2 = B_t^2 + B_n^2$

10.4) a) da  $J_{m,1} = \chi_1 \mathbf{H}_1 \times \mathbf{n}$  si ha  $J_{m,1} = \chi_1 n I$  orientata nel verso orario mentre  $J_{m,2} = \chi_2 n I$  orientata nel verso antiorario; b)  $1/4 \mu_0 (\chi_2 - \chi_1) S L (nI)^2$

10.5)  $M = (\mu_r - 1) n I$

10.6)  $B = \mu k R^2 / 12$

10.7)  $\mu_0 / 8\pi I c \ln(3)$

10.8)  $2\pi r H(r) = NI$ ;  $B(r) = \mu H(r)$ ;  $d\Phi(B) = N B(r) h dr$

$$10.9) v = (V_A - V_B) \frac{2\pi}{[\mu_0 I \ln(x_B/x_A)]}$$

$$10.10) \Delta V = \omega B L^2 / 2$$

10.11)  $F_L = q \omega r B$ ;  $\Delta V = \omega B R^2 / 2$ ;  $Q = C \Delta V = -0,75 \mu C$ : la forza di Lorentz spinge le cariche positive verso il bordo e quindi verso l'armatura B.

### ULTERIORI SUGGERIMENTI

$$10.3) H_0(x) = I / [2\pi(x^2 + d^2)^{1/2}]; H_{0x}(x) = H_0(x) d / (x^2 + d^2)^{1/2}; H_{0y}(x) = H_0(x) x / (x^2 + d^2)^{1/2};$$

$$B_x(x) = \mu H_x(x) = \mu H_{0x}(x), B_y(x) = B_{0y}(x) = \mu_0 H_{0y}(x); B(x) = \mu_0 I / [2\pi(x^2 + d^2) [(\mu_r d)^2 + x^2]^{1/2}]$$

10.4) Trascurando gli effetti di bordo il campo  $H = ni$  e i campi  $B_i$  sono confinati all'interno dei materiali, uniformi e paralleli all'asse del solenoide, come se fossero due circuiti indipendenti.

b)  $U_i = \frac{1}{2} B_i H \tau = \frac{1}{2} \mu_i (ni)^2 SL/2$  e quindi  $\Delta U = \frac{1}{2} (\mu_2 - \mu_1) (ni)^2 SL/2$ .

$$10.5) \mathbf{J}_{m,s} = \mathbf{M} \times \mathbf{n} = \chi \mathbf{H} \times \mathbf{n}$$

$$10.6) 2\pi R/2 H = \int (2\pi r J dr) = \kappa \pi R^3 / 12 \rightarrow H = \kappa R^2 / 12 \rightarrow B = \mu H$$

10.7) detta  $x$  la distanza dal filo di sinistra  $d\Phi(B) = \mu_0 I / 2\pi [1/x + 1/(c-x)] c/4 dx$ ; integrare fra  $c/4$  e  $c/2$

$$10.9) E(r) = \mu_0 I / (2\pi r) v; V_A - V_B = \mu_0 I / (2\pi) v \ln(x_B/x_A)$$

$$10.10) E^* = F_L / q = \omega r B \rightarrow f = \frac{1}{2} \omega L^2 B \rightarrow V_+ = V_- + f$$