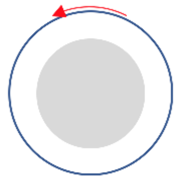
10° ESERCITAZIONE – venerdì 4 dicembre 2020

10.1) Un solenoide indefinito formato da n = 1000 spire/m è percorso dalla corrente I = 2 A nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, coassialmente, è posta una barra di materiale ferromagnetico, di sezione circolare con raggio r inferiore a quello R del solenoide. La barra, di permeabilità magnetica relativa μ_r = 6, viene magnetizzata uniformemente. Calcolare la densità di corrente di magnetizzazione $J_{m,s}$ sulla superficie della barra e indicarne in una sezione la direzione e il verso.

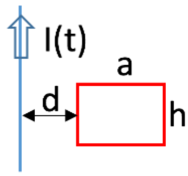


>>> soluzione: 10^4 A/m

10.2) Un sottile filo rettilineo indefinito in cui scorre una corrente I = 0,5 A è complanare con una sbarretta metallica lunga L = 10 cm; essa è posta ortogonalmente al filo con gli estremi, A e B, distanti dal filo x_A = 1 cm e x_B = 11 cm, rispettivamente, e si muove parallelamente al filo con una velocità costante **v** diretta nel verso di scorrimento della corrente. Determinare il modulo di **v** sapendo che la differenza di potenziale tra gli estremi della sbarretta vale V_A-V_B = 0,1 μV.
>>> soluzione: 0,42 m/s

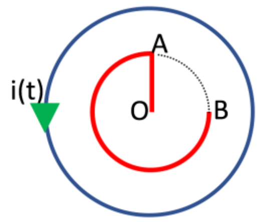
10.3) Una spira quadrata di lato L di filo conduttore di resistenza ruota con velocità angolare ω costante intorno ad un suo lato. La spira è immersa in un campo magnetico B_0 perpendicolare al lato fisso della spira. Calcolare l'energia E_R dissipata in un giro.
Può essere utile ricordare che $\int_x^{x+2\pi} \sin^2(t)\,dt = \int_x^{x+2\pi} \cos^2(t)\,dt = \pi$
>>> soluzione: $\omega\pi B_0^2 L^4/R$

10.4) Una spira rettangolare di lati a e h e di resistenza R è posta nel piano XY a distanza d da un filo posto lungo l'asse Y percorso da una corrente I(t) = k t (k>0). Ricavare modulo e verso della corrente che circola nella spira e modulo, direzione intensità e verso della forza che subisce nel tempo la spira al passaggio della corrente.



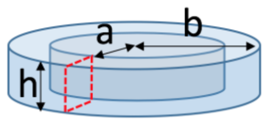
>>> soluzione: $I_{ind} = \mu_0 kh/(2\pi R)\ \ln(1+a/d)$ antiorario; $F_x = \mu_0\, I(t)\, I_{ind} ha/[2\pi d(d+a)]$ verso destra

10.5) Un solenoide indefinito, costituito da un avvolgimento in aria di n = 10^4 spire/m di raggio a = 5 cm, è percorso dalla corrente $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ [i_0 = 2 A; ω = 1000 rad/s]. All'interno del solenoide, in un piano perpendicolare all'asse del solenoide passante per il punto O, è disposto un conduttore di resistenza R = 10 Ω sagomato come in figura: un tratto OA con andamento radiale di lunghezza b = 3 cm e ¾ di arco di circonferenza AB.



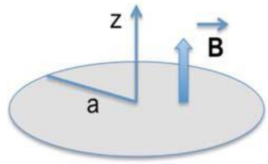
Determinare l'andamento temporale della tensione $V(t) = V_B(t)-V_O(t)$ e il suo valore massimo.
Sugg.: sfruttare la simmetria del campo elettrico
>>> soluzione: $V_{MAX} = ¾\ \pi\, b^2\, \mu_0 n\, i_0 \omega$ = 53 mV

10.6) Calcolare il coefficiente di autoinduzione di un solenoide compatto costituito da N = 400 spire avvolte intorno a un nucleo ferromagnetico toroidale a sezione rettangolare alto h = 2 cm, di raggio interno a = 8 cm, raggio esterno b = 10 cm e permeabilità magnetica relativa μ_r = 100.



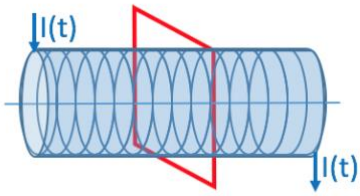
>>> soluzione: $L = \mu_0\mu_r/2\pi\ N^2 h \ln(b/a)$ = 0,014 H

10.7) Un sottile disco conduttore di raggio a e resistività ρ è immerso in un campo $B = B_0 \sin(\omega t)$ uniforme e parallelo all'asse z del disco. Si ricavi l'espressione della densità di corrente indotta J in funzione della distanza dall'asse del disco, specificandone la direzione e il verso in relazione a quello scelto per B.



>>> soluzione: $J(r) = -\frac{1}{2}\,\omega B_0 \cos(\omega t)\, r/\rho$; se $dB > 0$ **J** ruota in senso orario

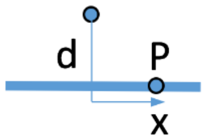
10.8) A metà lunghezza di un solenoide rettilineo lungo d = 1 m di raggio a = 1 cm, costituito da $N = 5\text{x}10^5$ spire avvolte intorno a un nucleo con $\mu_r = 1000$, è posta, perpendicolarmente all'asse del solenoide, una spira quadrata di lato L = 5 cm. Nella spira, di resistenza R = 100 Ω, viene dissipata una potenza costante P = 1 μW. Trascurando l'autoinduzione, determinare l'espressione I(t) dell'intensità di corrente, inizialmente nulla, che scorre nel solenoide.



>>> soluzione: i(t) = K t con K = 50mA/s

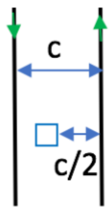
10.9) Un cilindro conduttore, di permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 100$, raggio R = 1 cm e lunghezza L >> R, è percorso da corrente in direzione parallela al proprio asse. Determinare il valore del campo magnetico B a distanza R/2 dall'asse del cilindro se il modulo della densità di corrente è J(r) = k r con r distanza dall'asse del cilindro e $k = 600/\pi$ MA/m^3.
>>> soluzione: B = 0,2 T

10.10) Un lungo filo rettilineo, percorso dalla corrente stazionaria I, è a distanza d da un foglio sottile, molto esteso, di un materiale omogeneo isotropo con permeabilità μ_r. Calcolare l'espressione del modulo del vettore induzione magnetica B nel generico punto P, all'interno del materiale, individuato dalla distanza x.
{nel passaggio da un materiale e l'altro B e H si comportano diversamente}



>>> soluzione: $B(x) = [\mu_o I/(2\pi)]\,(x^2+\mu_r^2 d^2)^{1/2}/(x^2+d^2)$

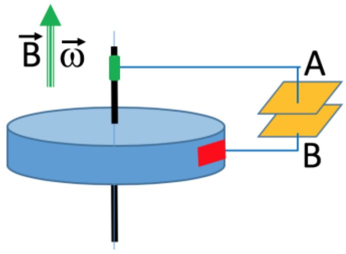
10.11) Due fili rettilinei, indefiniti, paralleli, distanti c sono percorsi in versi opposti dalle correnti I_1 e I_2 entrambe pari a 2 A. Una spira quadrata di lato c/4 giace, come indicato in figura, sul piano dei fili. Determinare il valore del flusso di B attraverso la spira per c = 10 cm.



>>> soluzione: 11 nTm^2

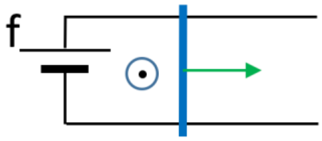
10.12) Un'asta metallica lunga L = 10 cm ruota intorno ad un asse verticale perpendicolare passante per una sua estremità con velocità angolare ω = 4 krad/s. Nello spazio circostante è presente un campo B = 0,1 T orientato come $\boldsymbol{\omega}$. Determinare il potenziale sul punto della sbarra più lontano dall'asse di rotazione considerando pari a -2 V il potenziale dell'altra estremità che è posta sull'asse di rotazione.
>>> soluzione: V = 0 V

10.13) Un disco conduttore di raggio R = 5 cm ruota intorno al suo asse con velocità angolare costante ω = 600 rad/s immerso in un campo magnetico B = 0,1 T parallelo all'asse di rotazione. Il perno e il bordo del disco sono connessi tramite due contatti striscianti alle armature di un condensatore di capacità C = 10 μF. Calcolare, a regime, valore e segno della carica sull'armatura A del condensatore.



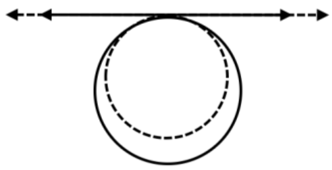
>>> soluzione: Q = - 0,75 μC

10.14) Una sbarretta conduttrice di lunghezza L, massa m e resistenza R si muove su due guide conduttrici parallele orizzontali con velocità iniziale v_0 verso destra. Il circuito è immerso in un campo B uniforme e costante uscente dal piano. In quanto tempo la sbarretta di ferma?



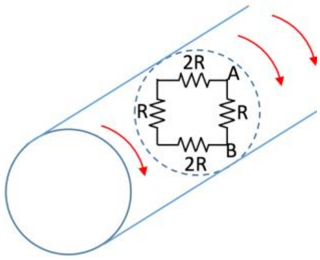
{ricavare nell'ordine: la corrente della maglia, la forza (II Laplace) agente sulla sbarretta, l'espressione della velocità in funzione del tempo (a = dv/dt)}
>>> soluzione: $mR/(LB)^2 \ln(1+v_0LB/f)$

10.15) Un filo conduttore, disposto in modo da formare un cappio circolare, è immerso in un campo magnetico B = 0,25 T perpendicolare al piano del cappio. Tirando opportunamente le estremità del filo il raggio della spira, inizialmente pari a R_0 = 4 cm diminuisce a velocità costante v = 0,1 m/s. Calcolare il valore della f.e.m. indotta nella spira all'istante t*= 0,2 s.

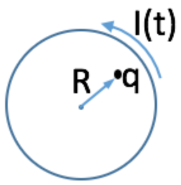


>>> soluzione: f = π mV

10.16) All'interno di un lungo solenoide cilindrico in aria costituito da n = 1000 spire/m è posto, perpendicolarmente e in posizione coassiale, un circuito quadrato i cui lati lunghi L = 10 cm hanno le resistenze indicate (R = 100 Ω). Lungo le spire scorre la corrente di intensità I(t) = k t con k = 50 A/s indicata in figura. Calcolare, trascurando l'autoinduzione, la differenza di potenziale V_A-V_B che si induce mentre la corrente varia.



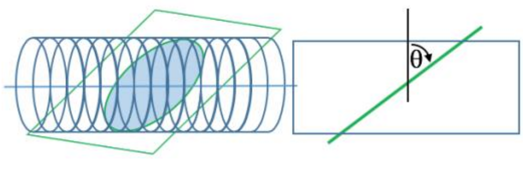
>>> soluzione: +52 μV



10.17) Un lungo solenoide cilindrico costituito da n spire per unità di lunghezza poste nel vuoto è percorso da una corrente di intensità I(t) = $I_0 \exp(-t/\tau)$ nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, a distanza R dall'asse, è posta una carica puntiforme q>0. Determinare l'intensità della forza che deve essere applicata alla carica per evitare che si muova e indicarne graficamente direzione e verso
>>> soluzione: q $\frac{1}{2}R\mu_0 n\, I_0/\tau \exp(-t/\tau)$ nel verso opposto a I

10.18) Una spira di raggio R = 2 cm formata da un filo metallico (m = 5 g; $\rho = 10^{-7}$ Ωm) cade, sotto l'azione della forza di gravità, all'interno di un campo di magnetico uniforme B = 10^{-3} T. Durante la caduta la normale alla superficie della spira mantiene inalterata la sua direzione formante un angolo di 30° con la direzione di **B**. Determinare l'intensità della corrente circolante nella spira.

10.19) Una spira quadrata di lato L = 5 cm e resistenza R = 16 Ω è posizionata, come in figura, a metà di un lungo solenoide rettilineo di raggio a = 1 cm costituito da n = 1000 spire/cm formando un angolo θ = 60°. Determinare la potenza dissipata nella spira mentre la corrente nel solenoide aumenta linearmente di 1 A ogni secondo.



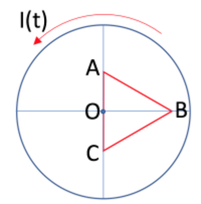
>>> soluzione: f = μ_0 n di/dt πa^2; P = $f^2/R = \pi^4$ pW

10.20) Al centro di un lungo solenoide di raggio R = 3 cm (n = 200 spire/cm) è posta, coassialmente, una bobina costituita da N = 300 spire strettamente impacchettate di diametro d = 2 cm.
La corrente del solenoide cresce linearmente da 0 a 2 A in Δt = 0,316 s.
Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nella bobina mentre la corrente del solenoide varia.
>>> soluzione: 15 mV

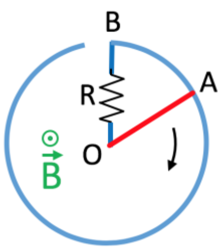
10.21) Una spira quadrata, di resistenza $R = 0,1\ \Omega$ e lati di lunghezza $L = 10$ cm disposti parallelamente agli assi X e Y, giace sul piano $z = 0$ immersa in un campo magnetico diretto nel verso delle z crescenti: $B_z(x, y, 0) = k\,x$ con $k = 1$ T/m. Detta x la distanza della spira dall'asse Y, determinare direzione, verso e intensità della forza agente sulla spira mentre trasla con velocità costante $v_0 = 2$ m/s in direzione delle x crescenti.
>>> soluzione: Fx = - 2 mN

10.22) Una spira quadrata, di resistenza R e lati lunghi L disposti parallelamente agli assi X e Y, si muove con velocità v_0 nel verso delle Y crescenti. Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti $Bx = By = 0$ e $Bz = c\,y^2$. Determinare l'intensità della corrente indotta nella spira.
>>> soluzione: $I = -cL^2v_0\,(2v_0t+L)/R$

10.23) Un sottile avvolgimento compatto di forma rettangolare formato da N = 50 spire con i lati di lunghezza a = 20 cm e b = 50 cm ruota con velocità angolare costante attorno a un asse parallelo al lato maggiore e passante per il centro dell'avvolgimento.
L'avvolgimento è immerso in un campo magnetico B = 0,2 T perpendicolare all'asse di rotazione.
Determinare la frequenza di rotazione dell'avvolgimento affinché in esso si generi una forza elettromotrice massima $f_0 = 100$ V.
>>> soluzione: $50/\pi$ Hz



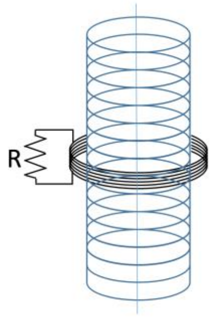
10.24) L'avvolgimento in aria di un solenoide ideale costituito da n spire/metro è percorso, a partire da t = 0, dalla corrente $I(t) = I_0\,(1-e^{-t/\tau})$. In un piano perpendicolare all'asse è posta una spira conduttrice a forma di triangolo equilatero di superficie S costituita da un filo di resistività data e sezione costante.
Calcolare la differenza di potenziale fra i punti A e B sapendo che il punto medio del lato CA è posto sull'asse del solenoide (trascurare l'autoinduzione nella spira).
>>> soluzione: $V_A-V_B = -1/6\ \mu_0 nS\ dI/dt$



10.25) Un'asta metallica OA lunga L = 50 cm è vincolata a ruotare intorno a O lungo una guida metallica piana circolare di raggio L formando un circuito elettrico di resistenza $R = 20\ \Omega$ a forma di settore circolare ABO. L'asta, che ruota intorno a O con velocità angolare costante $\omega = 0,1$ rad/s, è immersa in un campo omogeneo B = 0,2 T perpendicolare al piano della guida. Determinare in valore della corrente indotta nella spira e la forza agente sull'asta rotante.
>>> soluzione: $I = BL^2\omega/2R = 0,8$ mA; $F = ILB = 80\mu$N frenante

10.26) Un lungo solenoide di sezione $S = 5$ cm^2 costituito da n = 1000 spire/m viene percorso da una corrente di intensità variabile: $I(t) = I_0\,(1+t/T)$ con $I_0 = 10$ mA e T = 1 ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie $s = 1$ cm^2 di resistenza $R = 10$ mΩ posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.
>>> soluzione: 0,11 mA

10.27) Un sottile solenoide rettilineo lungo $L = 50$ cm di sezione $S_1 = 4$ cm^2 è formato da $N_1 = 5000$ spire avvolte in aria. Al centro del solenoide vengono avvolte $N_2 = 100$ spire di filo conduttore di sezione $S_2 = 6$ cm^2; la prima e l'ultima delle quali vengono collegate ad una resistenza $R = 10\ \Omega$. Trascurando la resistività dei conduttori e l'autoinduzione calcolare quanta carica attraversa la resistenza R mentre la corrente nel solenoide viene azzerata a partire dal valore iniziale $I_1 = 10$ mA.



>>> soluzione: 160π nC

SUGGERIMENTI

10.1) $M = (\mu_r - 1)\, n\, I$; $\mathbf{J}_{m,s} = \mathbf{M} \times \mathbf{n} = \chi \mathbf{H} \times \mathbf{n}$; nel verso della corrente I

10.2) $v = (V_A - V_B)\, 2\pi/[\mu_0 I \ln(x_B/x_A)]$

10.3) $R = \rho\, 4L/s$; $dE_R = P(t)\, dt = f(t)^2/R\, dt$ da integrare fra t_0 e t_0+T

10.4) $\Phi[B(t)] = \mu_0/(2\pi)\, kt\, h \ln[(d+a)/d]$; $Fx = I_{ind} h\, B(d) - I_{ind} h\, B(d+a)$

10.5) $2\pi b E = -\pi b^2 \mu_0 n\, di/dt = -\pi b^2 \mu_0 n\, i_0\, \omega \cos(\omega t)$

10.6) $2\pi r H(r) = NI$; $B(r) = \mu H(r)$; $d\Phi(B) = N\, B(r)\, h\, dr$

10.7) $\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{J}$

10.8) $P = f^2/R \rightarrow f = \sqrt{(PR)}$; $f = -\mu(N/d)\, \pi a^2 di/dt \rightarrow di/dt = \sqrt{(PR)}/(\mu N \pi a^2/d)$

10.9) $B = \mu k R^2/12$

10.10) $H_o = I/[2\pi(x^2+d^2)^{1/2}]$; $B^2 = B_t^2 + B_n^2$

10.11) $\mu_0/8\pi\, I\, c \ln(3)$

10.12) $\Delta V = \omega B L^2/2$

10.13) $\mathbf{F}_L = q\, \omega \mathbf{r}\, B$; $\Delta V = \omega\, B\, R^2/2$; $Q = C\, \Delta V = -0{,}75\ \mu C$: la forza di Lorentz spinge le cariche positive verso il bordo e quindi verso l'armatura B.

10.14) $I = (f+vBL)/R$; $Fx = -ILB$; $-[(f+vBL)/R]\, LB = m\, dv/dt \rightarrow dt = -m\, dv/[(f+vLB)LB/R]$ da v_0 a $v(t^*) = 0$

10.15) $R(t) = R_0 - vt$

10.16) $\mu_0 n k L^2/12$; per simmetria la $f_{indotta}$ si ripartisce equamente nei quattro lati

10.17) $\mathbf{F} = -q\, \mathbf{E}(R)$; $2\pi R\, E(R) = -\mu_0\, n\, dI/dt\, \pi R^2$

10.20) $I(t) = kt$; $k = 2/0{,}316$ A/s

10.21) $Fx = -k^2 v_0 L^4/R$

10.22) $I = 1/R\, d\Phi/dt$; $d\Phi = cy^2\, Ldy$ da integrare fra v_0t e $v_0t+L \rightarrow \Phi = 1/3\, cL\, [(v_0t+L)^3 - (v_0t)^3]$

10.23) $\nu = f_0/(2\pi\, NabB)$

10.24) la $f_{ind} = -\mu_0 nS\, dI/dt$ si ripartisce equamente nei due tratti AB e BC; $I = f_{ind}/3R$; $V_B - RI + f_{ind}/2 = V_A$

10.25) $S = ½\, L^2\, \theta$; $f = -B\, ½\, L^2\, d\theta/dt$

10.26) $I = 1/R\, \mu_0\, n\, I_0/T\, s\, \sqrt{3}/2$

10.27) $\Phi(B) = N_2 S_1 B(t)$; $\Phi_{in} = \mu_0 (N_1/L)\, I_0\, S_1$; $\Phi_{fin} = 0$; $Q = \Delta\Phi/R = \mu_0 N_1 N_2 S_1 I_1/RL$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

10.2) $E(r) = \mu_0 I/(2\pi r)\, v$; $V_A - V_B = \mu_0 I/(2\pi)\, v \ln(x_B/x_A)$

10.5) non c'è un circuito: non scorre corrente; la f_{ind} è presente solo nel tratto AB

10.9) $2\pi\, R/2\, H = \mathrm{int}(2\pi r J dr) = k\pi R^3/12 \rightarrow H = kR^2/12 \rightarrow B = \mu H$

10.10) $H_0(x) = I/[2\pi(x^2+d^2)^{1/2}]$; $H_{0x}(x) = H_0(x) d/(x^2+d^2)^{1/2}$; $H_{0y}(x) = H_0(x)\, x/(x^2+d^2)^{1/2}$;
$B_x(x) = \mu H_x(x) = \mu H_{0x}(x)$, $B_y(x) = B_{0y}(x) = \mu_o H_{0y}(x)$; $B(x) = \mu_o\, I/[2\pi(x^2+d^2)\ [(\mu_r d)^2 + x^2]^{1/2}$

10.11) detta x la distanza dal filo di sinistra $d\Phi(B) = \mu_0 I/2\pi\, [1/x + 1/(c-x)]\, c/4\, dx$; integrare da c/4 a c/2

10.12) $E^* = F_L/q = \omega r B \rightarrow f = ½\, \omega L^2 B \rightarrow V_+ = V_- + f$

10.15) $S = \pi\, (R_0 - vt)^2$; $f = -B\, \pi\, 2(R_0 - vt)(-v)$

10.16) orientata, per esempio, γ nel verso della corrente I(t) si ha: $f = -\mu_0 n k L^2$; $I = f/(6R)$;
$V_A - RI + f/4 = V_B$

10.20) $f = -N(\pi d^2/4)\, \mu_o n\, dI/dt$

10.21) $I = 1/R\, d\Phi/dt$; $d\Phi = kx\, Ldx$ da integrare fra v_0t e $v_0t+L \rightarrow \Phi = 1/2\, kL\, [(v_0t+L)^2 - (v_0t)^2] \rightarrow$
$I = kv_0L^2/R$; $Fx = ILkx - ILk(x+L) = -IkL^2$

10.23) $f(t) = -d/dt\, [Nab\, B \cos(\omega t)] = NabB\, 2\pi\nu \sin(\omega t) = f_0 \sin(\omega t)$

10.26) $I = f/R = 1/R\, d/dt(\mu_0\, n\, I(t)\, s \cos 30)$