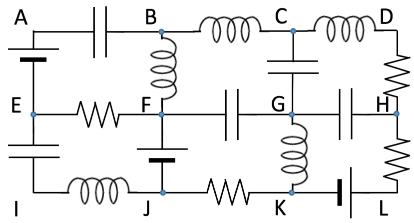
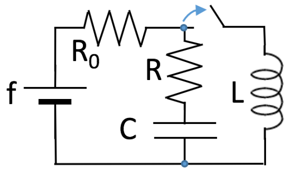
11° ESERCITAZIONE – mercoledì 5 dicembre 2018 (e altri esercizi)



1) Nel circuito in figura f = 5 V, C = 100 nF, L = 0,1 mH e R = 10 Ω. Determinare l'energia elettrostatica, il flusso di B nei vari induttori e la potenza complessivamente erogata dai generatori e quella complessivamente dissipata nelle resistenze.

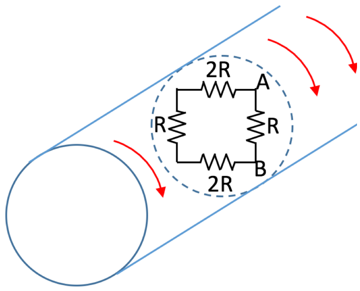
>>> soluzione: U_{es} = 6,25 μJ; $\Phi_i(B)$ = 0; P_{GEN} = 0, P_{RES} = 0



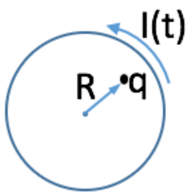
2) Il circuito in figura è a regime quando viene aperto l'interruttore. Dopo quanto tempo la differenza di potenziale ai capi di R è uguale a quella ai capi di C? Dati: f = 10 V; R = R_0 = 10 kΩ; C = 0,2 μF; L = 10 mH.

>>> soluzione: t* = 4 ln(3/2) ms

3) All'interno di un lungo solenoide cilindrico in aria costituito da n = 1000 spire/m è posto, perpendicolarmente e in posizione coassiale, un circuito quadrato i cui lati lunghi L = 10 cm hanno le resistenze indicate (R = 100 Ω). Lungo le spire scorre una corrente di intensità I(t) = k t con k = 50 A/s. Calcolare, trascurando l'autoinduzione, la differenza di potenziale V_A-V_B che si induce mentre la corrente varia.



>>> soluzione: +52 μV

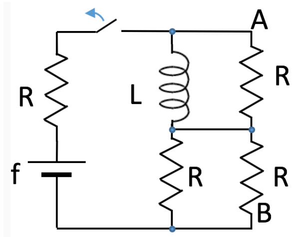


4) Un lungo solenoide cilindrico costituito da n spire per unità di lunghezza poste nel vuoto è percorso da una corrente di intensità I(t) = I_0 exp($-t/\tau$) nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, a distanza R dall'asse, è posta una carica puntiforme q>0. Determinare l'intensità della forza che deve essere applicata alla carica per evitare che si muova e indicarne graficamente direzione e verso

>>> soluzione: q ½Rμ_0n I_0/τ exp($-t/\tau$) nel verso opposto a I

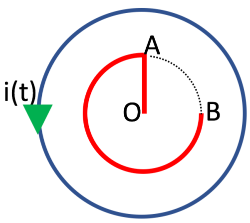
5) Un lungo solenoide di sezione S = 5 cm^2 costituito da n = 1000 spire/m viene percorso da una corrente I(t) = I_0 (1+t/T) con I_0 = 10 mA e T = 1 ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie s = 1 cm^2 di resistenza R = 10 Ω posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.

>>> soluzione: 0,11μA



6) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Calcolare la differenza di potenziale V_A-V_B per t < 0.

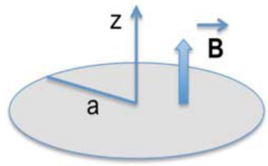
>>> soluzione: f/3



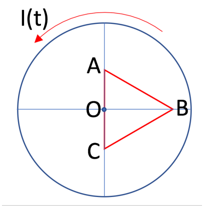
7) Un solenoide indefinito, costituito da un avvolgimento in aria di n = 10^4 spire/m di raggio a = 5 cm, è percorso dalla corrente i(t) = i_0 cos(ωt) [i_0 = 2 A; ω = 1000 rad/s]. All'interno del solenoide, in un piano perpendicolare all'asse del solenoide passante per il punto O, è disposto un conduttore di resistenza R = 10 Ω sagomato come in figura: un tratto OA con andamento radiale di lunghezza b = 3 cm e ¾ di arco di circonferenza AB.
Determinare l'andamento temporale della tensione V(t) = V_B(t)-V_O(t) e il suo valore massimo.
Sugg.: sfruttare la simmetria del campo elettrico

>>> soluzione: V_{MAX} = ¾ π b^2 μ_0n $i_0\omega$ = 53 mV

8) Un sottile disco conduttore di raggio a e resistività ρ è immerso in un campo $B = B_0 \sin(\omega t)$ uniforme e parallelo all'asse z del disco. Si ricavi l'espressione della densità di corrente indotta J in funzione della distanza dall'asse del disco, specificandone la direzione e il verso in relazione a quello scelto per B.



>>> soluzione: $J(r) = -\frac{1}{2}\,\omega B_0 \cos(\omega t)\, r/\rho$; se $dB > 0$ **J** ruota in senso orario



9) L'avvolgimento in aria di un solenoide ideale costituito da n spire/metro è percorso, a partire da t = 0, dalla corrente $I(t) = I_0\,(1-e^{-t/\tau})$. In un piano perpendicolare all'asse è posta una spira conduttrice a forma di triangolo equilatero di superficie S costituita da un filo di resistività data e sezione costante. Calcolare la differenza di potenziale fra i punti A e B sapendo che il punto medio del lato CA è posto sull'asse del solenoide (trascurare l'autoinduzione nella spira).

>>> soluzione: $V_A - V_B = 1/6\ \mu_0 nS\, dI/dt$

10) Una spira resistiva ($R = 10\ \Omega$) quadrata di lato d = 10 cm è immersa in un campo magnetico uniforme B = 0,4 T diretto nel verso della gravità. La spira ruota con velocità angolare ω = 100 rad/s intorno ad un asse. Ricavare il valore della massima intensità di corrente che viene indotta nella spira. Disegnare approssimativamente l'asse di rotazione della spira in base al quale viene effettuato il calcolo.

>>> soluzione: 40 mA

1) In condizioni stazionarie la corrente scorre nella sola maglia JFBCDHLKJ. $U_{es} = 5\ \frac{1}{2}\ C f^2$
2) $t^* = 2RC \ln 3/2$
3) $\mu_0\, n\, k\, L^2/12$
4) $E = -\frac{1}{2} R\mu_0 n\, dI/dt$ concorde con I
5) $I_{ind} = s\mu_0 n I_0 \cos 30°/(TR)$
6) tensione continua f si ripartisce fra le resistenze R e R/2
7) $V(t) = (\frac{3}{4}\, 2\pi b)\ b/2\ \mu_0 n\, i_0 \omega \sin(\omega t)$
8) $2\pi r E(r) = -d/dt\,[(B(t)\,\pi r^2] = -\,\omega B_0 \cos(\omega t)\,\pi r^2$; $\mathbf{J}(r) = \mathbf{E}(r)/\rho$
9) scelto il verso orario $f = \mu_0 nS\, dI/dt$; $f_{AB} = f_{BC} = \frac{1}{2} f$. $I_{ind} = f/(3R)$ e $V_A - V_B = f_{AB} - R\, I_{ind} = f/2 - R\, f/(3R) = f/6$
10) $I_{MAX} = \omega B d^2/R$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

1) Nei generatori non scorre corrente! Le differenze di potenziale fra le armature delle capacità valgono tutte f.
2) Prima dell'apertura dell'interruttore non c'è differenza di potenziale ai capi dell'induttanza, della capacità e di R. Dopo l'apertura dell'interruttore la capacità si carica nel circuito f R_0 R C: $I(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$ con $\tau = (R+R_0)\, C$ e $I_0 = f/(R_0+R)$.
3) scelto il verso antiorario $f = \mu_0 nkL^2$; su ogni lato c'è $f_i = 1/4\, f$ mentre scorre $I = f/6R \rightarrow V_B - RI + f/4 = V_A$
4) $2\pi RE = -\pi R^2\, d(\mu_0\, n\, I)/dt$
6) per $t < 0$ nella resistenza in parallelo a L non scorre corrente
7) Le linee di campo di E sono circonferenze coassiali: il campo non ha componenti radiali $\rightarrow$
$2\pi b\, E = -d\Phi(B)/dt = -\,\pi b^2\, d(\mu_0 n i)/dt \rightarrow E(t) = b/2\ \mu_0 n\omega\, i_0 \sin(\omega t)$
9) Data la simmetria cilindrica le linee del campo E indotto sono delle circonferenze che incidono perpendicolarmente al tratto AC e in ugual modo nei tratti AB e BC.