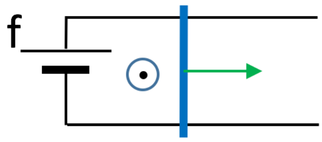
11° ESERCITAZIONE – venerdì 6 dicembre 2019 (e altri esercizi)

Faraday-Neumann-Lenz

11.1) Una sbarretta conduttrice di lunghezza L, massa m e resistenza R si muove su due guide conduttrici parallele orizzontali con velocità iniziale v_0 verso destra. Il circuito è immerso in un campo B uniforme e costante uscente dal piano. In quanto tempo la sbarretta di ferma?



{ricavare nell'ordine: la corrente della maglia, la forza (II Laplace) agente sulla sbarretta, l'espressione della velocità in funzione del tempo (a = dv/dt)]

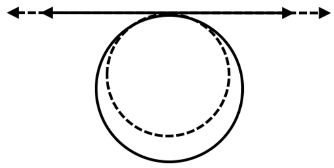
>>> soluzione: $mR/(LB)^2 \ln(1+v_0LB/f)$

11.2) Una spira quadrata (di lato L = 20 cm formata da un filo di rame ($\rho = 2\ 10^{-8}\ \Omega$m) di sezione s = 1 mm^2 ruota con velocità angolare ω = 4 rad/s intorno ad un suo lato. La spira è immersa in un campo magnetico B_0 = 0,5 T perpendicolare al lato fisso della spira. Calcolare l'energia E_R dissipata in un giro.

Può essere utile ricordare che $\int_x^{x+2\pi} \sin^2(t)\,dt = \int_x^{x+2\pi} \cos^2(t)\,dt = \pi$

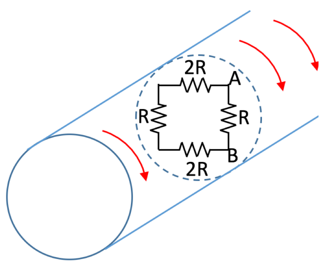
>>> soluzione: $\omega\pi B_0^2L^4/R$

11.3) Un filo conduttore, disposto in modo da formare un cappio circolare, è immerso in un campo magnetico B = 0,25 T perpendicolare al piano del cappio. Tirando opportunamente le estremità del filo il raggio della spira, inizialmente pari a R_0 = 4 cm diminuisce a velocità costante v = 0,1 m/s. Calcolare il valore della f.e.m. indotta nella spira all'istante t*= 0,2 s.

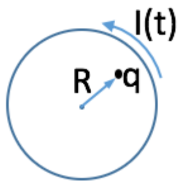


>>> soluzione: f = π mV

11.4) All'interno di un lungo solenoide cilindrico in aria costituito da n = 1000 spire/m è posto, perpendicolarmente e in posizione coassiale, un circuito quadrato i cui lati lunghi L = 10 cm hanno le resistenze indicate (R = 100 Ω). Lungo le spire scorre la corrente di intensità I(t) = k t con k = 50 A/s indicata in figura. Calcolare, trascurando l'autoinduzione, la differenza di potenziale V_A-V_B che si induce mentre la corrente varia.



>>> soluzione: +52 μV



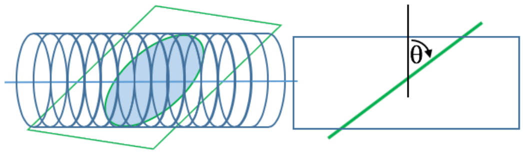
11.5) Un lungo solenoide cilindrico costituito da n spire per unità di lunghezza poste nel vuoto è percorso da una corrente di intensità I(t) = $I_0 \exp(-t/\tau)$ nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, a distanza R dall'asse, è posta una carica puntiforme q>0. Determinare l'intensità della forza che deve essere applicata alla carica per evitare che si muova e indicarne graficamente direzione e verso

>>> soluzione: $q\ \frac{1}{2}R\mu_0 n\ I_0/\tau\ \exp(-t/\tau)$ nel verso opposto a I

11.6) Una spira di raggio R = 2 cm formata da un filo metallico (m = 5 g; $\rho = 10^{-7}\ \Omega$m) cade, sotto l'azione della forza di gravità, all'interno di un campo di magnetico uniforme B = 10^{-3} T. Durante la caduta la normale alla superficie della spira mantiene inalterata la sua direzione formante un angolo di 30° con la direzione di **B**. Determinare l'intensità della corrente circolante nella spira.

MUTUA INDUZIONE

11.7) Una spira quadrata di lato $L = 5$ cm e resistenza $R = 16\ \Omega$ è posizionata, come in figura, a metà di un lungo solenoide rettilineo di raggio $a = 1$ cm costituito da $n = 1000$ spire/cm formando un angolo $\theta = 60°$. Determinare la potenza dissipata nella spira mentre la corrente nel solenoide aumenta linearmente di 1 A ogni secondo.



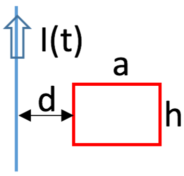
>>> soluzione: $f = \mu_0\, n\, di/dt\, \pi\, a^2$; $P = f^2/R = \pi^4$ pW

11.8) Al centro di un lungo solenoide di raggio $R = 3$ cm ($n = 200$ spire/cm) è posta, coassialmente, una bobina costituita da $N = 300$ spire strettamente impacchettate di diametro $d = 2$ cm.
La corrente del solenoide cresce linearmente da 0 a 2 A in $\Delta t = 0{,}316$ s.
Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nella bobina mentre la corrente del solenoide varia.
>>> soluzione: 15 mV

ALTRI

11.9) Una spira quadrata, di resistenza $R = 0{,}1\ \Omega$ e lati di lunghezza $L = 10$ cm disposti parallelamente agli assi X e Y, giace sul piano $z = 0$ immersa in un campo magnetico diretto nel verso delle z crescenti: $B_z(x, y, 0) = k\,x$ con $k = 1$ T/m. Detta x la distanza della spira dall'asse Y, determinare direzione, verso e intensità della forza agente sulla spira mentre trasla con velocità costante $v_0 = 2$ m/s in direzione delle x crescenti.
>>> soluzione: $F_x = -\,2$ mN

11.10) Una spira rettangolare di lati a e h e di resistenza R è posta nel piano XY a distanza d da un filo posto lungo l'asse Y percorso da una corrente $I(t) = k\,t$ ($k>0$). Ricavare modulo e verso della corrente che circola nella spira e modulo, direzione intensità e verso della forza che subisce nel tempo la spira al passaggio della corrente.

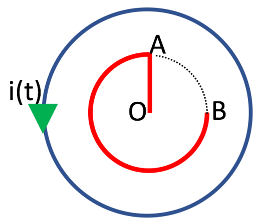


>>> soluzione: $I_{ind} = \mu_0 kh/(2\pi R)\ \ln(1+a/d)$ antiorario; $F_x = \mu_0\, I(t)\, I_{ind} ha/[2\pi d(d+a)]$ verso destra

11.11) Una spira quadrata, di resistenza R e lati lunghi L disposti parallelamente agli assi X e Y, si muove con velocità v_0 nel verso delle Y crescenti. Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti $B_x = B_y = 0$ e $B_z = c\,y^2$. Determinare l'intensità della corrente indotta nella spira.
>>> soluzione: $I = -cL^2 v_0\,(2v_0 t+L)/R$

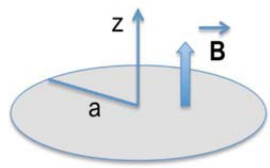
11.12) Un sottile avvolgimento compatto di forma rettangolare formato da $N = 50$ spire con i lati di lunghezza $a = 20$ cm e $b = 50$ cm ruota con velocità angolare costante attorno a un asse parallelo al lato maggiore e passante per il centro dell'avvolgimento.
L'avvolgimento è immerso in un campo magnetico $B = 0{,}2$ T perpendicolare all'asse di rotazione.
Determinare la frequenza di rotazione dell'avvolgimento affinché in esso si generi una forza elettromotrice massima $f_0 = 100$ V.
>>> soluzione: $50/\pi$ Hz

11.13) Un solenoide indefinito, costituito da un avvolgimento in aria di $n = 10^4$ spire/m di raggio $a = 5$ cm, è percorso dalla corrente $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$ [$i_0 = 2$ A; $\omega = 1000$ rad/s]. All'interno del solenoide, in un piano perpendicolare all'asse del solenoide passante per il punto O, è disposto un conduttore di resistenza $R = 10\ \Omega$ sagomato come in figura: un tratto OA con andamento radiale di lunghezza $b = 3$ cm e ¾ di arco di circonferenza AB.

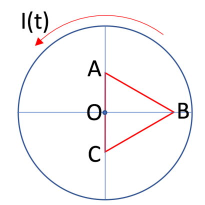


Determinare l'andamento temporale della tensione $V(t) = V_B(t)-V_O(t)$ e il suo valore massimo.
Sugg.: sfruttare la simmetria del campo elettrico
>>> soluzione: $V_{MAX} = ¾\ \pi\ b^2\ \mu_0 n\ i_0\omega = 53$ mV

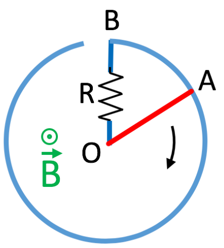
11.14) Un sottile disco conduttore di raggio a e resistività ρ è immerso in un campo $B = B_0 \sin(\omega t)$ uniforme e parallelo all'asse z del disco. Si ricavi l'espressione della densità di corrente indotta J in funzione della distanza dall'asse del disco, specificandone la direzione e il verso in relazione a quello scelto per B.



>>> soluzione: $J(r) = -\ ½\ \omega\ B_0 \cos(\omega t)\ r/\rho$; se dB > 0 **J** ruota in senso orario



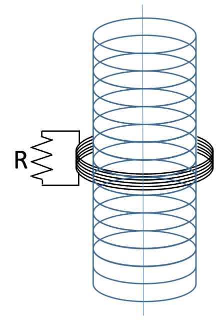
11.15) L'avvolgimento in aria di un solenoide ideale costituito da n spire/metro è percorso, a partire da t = 0, dalla corrente $I(t) = I_0\ (1-e^{-t/\tau})$. In un piano perpendicolare all'asse è posta una spira conduttrice a forma di triangolo equilatero di superficie S costituita da un filo di resistività data e sezione costante.
Calcolare la differenza di potenziale fra i punti A e B sapendo che il punto medio del lato CA è posto sull'asse del solenoide (trascurare l'autoinduzione nella spira).
>>> soluzione: V_A-$V_B = -1/6\ \mu_0 nS\ dI/dt$
11.15) la $f_{ind} = -\ \mu_0 nS\ dI/dt$ si ripartisce equamente nei due tratti AB e BC; $I = f_{ind}/3R$; $V_B-RI+f_{ind}/2=V_A$



11.16) Un'asta metallica OA lunga L = 50 cm è vincolata a ruotare intorno a O lungo una guida metallica piana circolare di raggio L formando un circuito elettrico di resistenza $R = 20\ \Omega$ a forma di settore circolare ABO. L'asta, che ruota intorno a O con velocità angolare costante $\omega = 0{,}1$ rad/s, è immersa in un campo omogeneo B = 0,2 T perpendicolare al piano della guida. Determinare in valore della corrente indotta nella spira e la forza agente sull'asta rotante.
>>> soluzione: $I = BL^2\omega/2R = 0{,}8$ mA; $F = ILB = 80\mu$N frenante

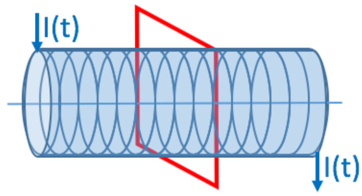
11.17) Un lungo solenoide di sezione $S = 5$ cm^2 costituito da n = 1000 spire/m viene percorso da una corrente di intensità variabile: $I(t) = I_0\ (1+t/T)$ con $I_0 = 10$ mA e T = 1 ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie $s = 1$ cm^2 di resistenza $R = 10$ mΩ posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.
>>> soluzione: 0,11 mA

11.18) Un sottile solenoide rettilineo lungo L = 50 cm di sezione S_1 = 4 cm^2 è formato da N_1 = 5000 spire avvolte in aria. Al centro del solenoide vengono avvolte N_2 = 100 spire di filo conduttore di sezione S_2 = 6 cm^2; la prima e l'ultima delle quali vengono collegate ad una resistenza R = 10 Ω. Trascurando la resistività dei conduttori e l'autoinduzione calcolare quanta carica attraversa la resistenza R mentre la corrente nel solenoide viene azzerata a partire dal valore iniziale I_1 = 10 mA.



>>> soluzione: 160π nC

11.19) A metà lunghezza di un solenoide rettilineo lungo d = 1 m di raggio a = 1 cm, costituito da N = 5x10^5 spire avvolte intorno a un nucleo con μ_r = 1000, è posta, perpendicolarmente all'asse del solenoide, una spira quadrata di lato L = 5 cm. Nella spira, di resistenza R = 100 Ω, viene dissipata una potenza costante P = 1 μW. Trascurando l'autoinduzione, determinare l'espressione I(t) dell'intensità di corrente, inizialmente nulla, che scorre nel solenoide.



>>> soluzione: i(t) = K t con K = 50mA/s

SUGGERIMENTI

11.1) I = (f+vBL)/R; Fx=-ILB; -[(f+vBL)/R] LB = m dv/dt → dt = -m dv/[(f+vLB)LB/R] da v_0 a v(t*) = 0
11.2) R = ρ 4L/s; dE_R = P(t) dt = f(t)^2/R dt da integrare fra t_0 e t_0+T
11.3) R(t) = R_0 - vt
11.4) $\mu_0$nkL^2/12; per simmetria la $f_{indotta}$ si ripartisce equamente nei quattro lati
11.5) **F** = - q **E**(R); 2πR E(R) = - μ_0 n dI/dt πR^2
11.8) I(t) = kt; k = 2/0,316 A/s
11.9) Fx = -k^2v_0L^4/R
11.10) Φ[B(t)] = μ_0/(2π) kt h ln[(d+a)/d]; Fx = I_{ind}h B(d) - I_{ind}h B(d+a)
11.11) I = 1/R dΦ/dt; dΦ = cy^2 Ldy da integrare fra v_0t e v_0t+L → Φ =1/3 cL [(v_0t+L)^3-(v_0t)^3]
11.12) ν = f_0/(2π NabB)
11.13) 2πbE = - πb^2 μ_0n di/dt = πb^2 μ_0n i_0 ω sin(ωt)
11.16) S = ½ L^2 θ; f = - B ½ L^2 dθ/dt
11.17) I = 1/R μ_0 n I_0/T s $\sqrt{3}$/2
11.18) Φ(B) = N_2 S_1 B(t); Φ_{in} = μ_0 (N_1/L) I_0 S_1; Φ_{fin} = 0; Q = $\Delta\Phi$/R= $\mu_0 N_1 N_2 S_1 I_1$/RL
11.19) P = f^2/R → f = $\sqrt{}$(PR); f = - μ(N/d) πa^{2}di/dt → di/dt = $\sqrt{}$(PR)/(μNπa^2/d)

ULTERIORI SUGGERIMENTI

11.3) S = π (R_0-vt)^2; f = - B π 2(R_0-vt)(-v)
11.4) orientata, per esempio, γ nel verso della corrente I(t) si ha: f = -$\mu_0$nkL^2; I = f/(6R);
V_A - RI + f/4 = V_B
11.8) f = -N(πd^2/4) μ_0n dI/dt
11.9) I = 1/R dΦ/dt; dΦ = kx Ldx da integrare fra v_0t e v_0t+L → Φ =1/2 kL [(v_0t+L)^2-(v_0t)^2] →
I = kv_0L^2/R; Fx = ILkx - ILk(x+L) = -IkL^2
11.12) f(t)=-d/dt [Nab B cos(ωt)] =NabB 2$\pi\nu$ sin(ωt) = f_0 sin(ωt)
11.13) non c'è un circuito: non scorre corrente; la f_{ind} è presente solo nel tratto AB
11.14) **E** = ρ **J**
11.17) I = f/R = 1/R d/dt(μ_0 n I(t) s cos30)