FISICA

A.A. 2023-2024
Ingegneria Gestionale
11 prova del 3 Maggio 2024

Lo studente descriva il procedimento e la soluzione degli esercizi proposti. Gli elaborati saranno valutati ai fini del superamento dell'esame finale.

1. Un cubetto di ghiaccio di lato $L=20mm$ galleggia in un bicchiere d'acqua fredda con una delle facce parallela alla superficie dell'acqua. A quale profondità deve trovarsi la faccia immersa? Nel caso venga versato dell'alcool etilico sulla superficie dell'acqua fino a formare uno strato di $d=5mm$, a quale nuova profondità dalla superficie si porta la faccia immersa? Nel caso si continui a versare altro alcool, quale è lo spessore dello strato di alcool etilico affinché la faccia superiore del cubo sia al livello della superficie? (Si assuma $\rho_{H2O}=1000\ kg/m^3$, $\rho_G=917\ kg/m^3$, $\rho_{Alcool}=806\ kg/m^3$).

2. La pressione atmosferica normale è di $p_{ATM}=1.013\ 10^5\ Pa$. All'avvicinarsi di un temporale si osserva in un barometro a mercurio una diminuzione di $\Delta h=20mm$ dell'altezza della colonna di mercurio. Determinare la pressione atmosferica (Si assuma per la densità del mercurio $\rho_{Hg}=13590\ Kg/m^3$).

3. In un recipiente isolato si aggiungono $250g$ di ghiaccio a $0°C$, a $600g$ d'acqua a $18°C$. Determinare (a) la temperatura finale del sistema, (b) la quantità rimanente di ghiaccio (si assuma calore latente di fusione del ghiaccio $q_f=80\ kcal\ kg^{-1}$, calore specifico dell'acqua $c=1\ kcal\ kg^{-1}\ K^{-1}$)

4. Un gas perfetto monoatomico a $t_1=10°C$ e a pressione atmosferica si trova ad occupare il volume $V_1 = 1cm^3$. Si calcoli il volume V_2 occupato dal gas nel caso venga eseguita una compressione isoterma reversibile fino al raddoppio della pressione. Si calcoli il volume V_3 occupato del gas nel caso invece fosse stata eseguita la stessa compressione con un riscaldamento del gas fino a $t_2 = 40°C$. Calcolare la variazione di energia interna ΔU in entrambe le trasformazioni. Si assuma per il gas monoatomico $\bar{c}_V = \frac{3}{2}nR,\ 1atm = 1.013\ \ 10^5 Pa$.

5. Un gas occupa $1m^3$ alla pressione atmosferica. Su di esso viene effettuato un ciclo termodinamico realizzato con 3 trasformazioni elementari: una isocora che raddoppia la pressione del gas, una isoterma che ne raddoppia il volume, ed una compressione isobara che riporta il gas nelle condizioni iniziali. Quanto lavoro meccanico è ottenibile da questo ciclo?

6. Nella fase di compressione di un motore, la pressione aumenta da *1atm* a *5atm*. Assumendo che la trasformazione sia adiabatica ed il gas perfetto monoatomico, (a) di quale fattore varia il volume, (b) di quale fattore varia la temperatura.

FISICA

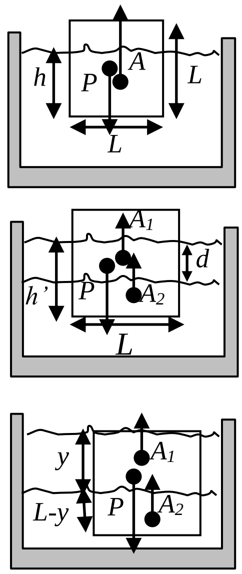
A.A. 2023-2024

Ingegneria Gestionale

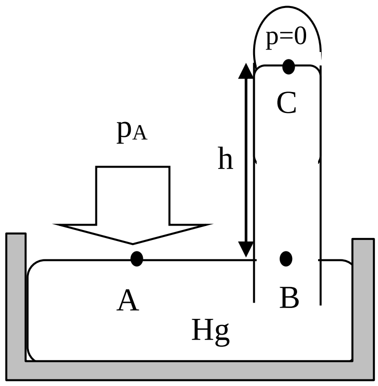
Soluzioni della 11 prova

1. Un cubetto di ghiaccio immerso in acqua per uno spessore h, è soggetto alla forza peso $P = \rho_G \cdot gL^3$ ed alla spinta di Archimede $A = \rho_{H_2O} \cdot gL^2 h$. Il cubetto è in equilibrio quando $A=P$ da cui $h = L\left(\rho_G / \rho_{H_2O}\right) = 18.3mm$. L'introduzione dello strato d di alcool a bassa densità ρ_A causa una ulteriore immersione. La spinta di Archimede si scompone nei 2 termini $A = A_1 + A_2 = \rho_A \cdot gL^2 d + \rho_{H_2O} \cdot gL^2 (h-d)$. Il peso P è invariato. Dall'equilibrio $A=P$ si ricava la nuova profondità $h' = \left[\rho_G L + \left(\rho_{H_2O} - \rho_{Al}\right) d\right] / \rho_{H_2O} = 19.3mm$. Infine aggiungendo alcool fino ad un livello y la spinta si riduce ulteriormente al valore $A = A_1 + A_2 = \rho_A \cdot gL^2 y +$

$+ \rho_{H_2O} \cdot gL^2 (L-y)$. All'equilibrio si ha $A=P$ da cui $y = L \dfrac{\rho_{H_2O} - \rho_G}{\rho_{H_2O} - \rho_A} = 8.56mm$.

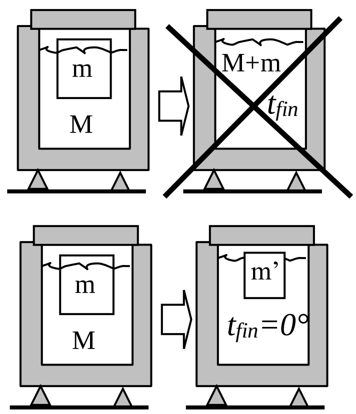


2. In accordo con l'esperienza di Torricelli esiste una semplice relazione che lega la pressione atmosferica con l'altezza h della colonna di mercurio. Per trovare questa semplice relazione partiamo dalla pressione in C; essa vale $p_C=0$ poiché C non è a contatto con l'aria ma con il vuoto. Applicando la legge di Stevino è possibile ora calcolare la pressione in B che vale $p_B = \rho_{Hg} gh + p_C = \rho_{Hg} gh$. Essendo A e B alla stessa quota le due pressioni si eguagliano e la pressione atmosferica incognita vale $p_A = p_B = \rho_{Hg} gh$. In condizioni normali la colonna di mercurio è alta $h = p_{Atm} / \rho_{Hg}\, g$ =760mm. La presenza di una perturbazione causa una



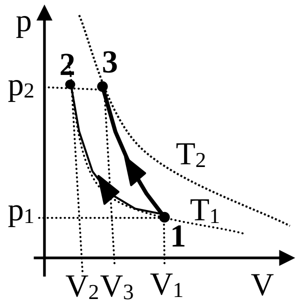
depressione cui corrisponde una diminuzione dell'altezza della colonna di Δh. La pressione in questocaso $p_A = \rho_{Hg} g(h - \Delta h) = \rho_{Hg} gh(1 - \Delta h/h) = p_{atm}(1 - \Delta h/h) = p_{atm}(1 - 20/760) =$ *=0.974Atm=98634 Pa*

3. Nel recipiente la massa *m=250g* di ghiaccio a *0°C,* e la massa *M=600g* d'acqua a *t=18°C* non sono inizialmente in equilibrio termico. All'equilibrio termico la temperatura dovrà essere uniforme in tutto il sistema t_{fin}. Una ipotesi di quello che potrebbe accadere è la seguente: la massa M d'acqua abbassa la sua temperatura da *t=18°C* alla temperatura finale t_{fin}, cedendo una quantità di calore al ghiaccio ($Q_1=M(t_{fin}-t)<0$). Questa quantità di calore é assorbita dal ghiaccio e serve per trasformare la massa m di ghiaccio a *0°C* in acqua a *0°C* ($Q_2=q_f m>0$) e successivamente per aumentarne la temperatura fino a t_{fin} ($Q_3=m \cdot t_{fin}>0$). Essendo il sistema isolato la somma algebrica di tutte le quantità di calore descritte deve annullarsi ($Q_1+Q_2+Q_3=0$) da cui si ricava

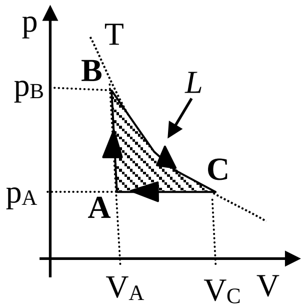


$t_{fin} = \dfrac{M \cdot t - m \cdot q_f}{M+m} = \dfrac{0.6 \cdot 18 - 80 \cdot 0.25}{0.6 + 0.25}$ =-10.8°C risultato impossibile visto che l'acqua non può trovarsi allo stato liquido a quella temperatura! Quindi l'ipotesi iniziale era errata. Un altro possibile scenario di equilibrio termico è quello nel quale coesistono entrambe le due fasi acqua e ghiaccio alla temperatura del cambiamento di stato $t_{fin}=0°C$. In questo caso la massa M d'acqua abbassa la sua temperatura da *t=18°C* a $t_{fin}=0°C$ cedendo una quantità di calore al ghiaccio ($Q_1=-M \cdot t<0$).

Questo calore fa sciogliere solo una certa quantità di ghiaccio (*m-m'*) grazie al calore assorbito $Q_2=q_f(m-m')>0$. Essendo il sistema isolato $Q_1+Q_2=0$, da cui si deriva la quantità di ghiaccio rimanente $m' = m - Mt/q_f = 0.115\ kg = 115\ g$.



4. Il gas, inizialmente nello stato *1* del piano di Clapeyron, occupa un volume $V_1=1cm^3$ alla pressione $p_1=1Atm$ e alla temperatura $T_1=283.15\ K$. Durante la compressione isoterma *1-2* la pressione si raddoppia $p_2=2Atm$ mentre il prodotto pV si mantiene costante da cui $p_1V_1 = p_2V_2$ e quindi $V_2 = V_1(p_1/p_2) = V_1/2 = 0.5cm^3$ (riduzione del 50% del volume). L'altra trasformazione *1-3* è invece del tutto generale e porta il gas alla temperatura $T_3=313.15\ K$ sempre alla pressione $p_3=p_2=2Atm$. Il volume finale V_3 di questa secondo tipo di trasformazione si ottiene dall'equazione dei gas perfetti $p_1V_1/T_1 = p_3V_3/T_3$ da cui $V_3 = V_1 \cdot (p_1/p_2) \cdot (T_2/T_1) =$ $1cm^3 \cdot (1/2) \cdot (313.15/283.15) = 0.553cm^3$. La variazione di energia interna è legata nei gas perfetti solo alla variazioni di temperatura secondo $\Delta U = c_V \Delta T = \frac{3nR}{2}\Delta T$. Nella trasformazione isoterma *1-2* non c'è quindi variazione di energia interna $\Delta U_{12} = 0$, mentre nella trasformazione 1-3 si ha $\Delta U_{13} = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_1)$ dove dall'equazione dei gas si ricava $nR = p_1V_1/T_1$ portando alla $\Delta U_{13} = \frac{3}{2}p_1V_1(T_3 - T_1)/T_1 = 1.5 \cdot 101300 \cdot 10^{-6}(30/283.15) = 16mJ$.



5. Il gas, inizialmente nello stato *A* del piano di Clapeyron, occupa un volume $V_A=1m^3$ alla pressione $p_A=1Atm$. La trasformazione isocora *AB* avviene senza variazione di volume e quindi senza spesa di lavoro $L_{AB}=0$. Il gas in *B* occupa ancora lo stesso volume $V_B=V_A=1m^3$, ma alla pressione doppia $p_B=2p_A=2Atm$. Nella espansione isoterma BC la pressione si riabbassa al valore iniziale $p_C=p_A=1Atm$, mentre il volume aumenta sino al valore V_C che si ottiene dall'espressione delle isoterme $p_BV_B = p_CV_C$ da cui $V_C = V_B(p_B/p_A) = 2V_B$ che corrisponde ad un raddoppio del volume. Il lavoro utile durante questa espansione isoterma è $L_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} pdV = nRT\int_{V_B}^{V_C} dV/V = nRT\ln(V_C/V_B) = p_BV_B\ln(V_C/V_B) =$ $2 \cdot 1Atm \cdot 1m^3 \cdot \ln(2) = 140.4\ kJ>0$. Il ciclo si chiude con una compressione isobara a pressione $p_C=p_A=1Atm$ che riporta il gas da *C* in *A*. Il lavoro negativo della compressione è $L_{CA} = \int_{V_C}^{V_A} pdV = p_A\int_{V_C}^{V_A} dV = p_A(V_A - V_C) = 1Atm \cdot (1m^3 - 2m^3) = -101.3\ kJ<0$. Il lavoro totale utile del ciclo è $L_{ciclo} = L_{BC} + L_{CA} = 39.1\ kJ$.

6. Riportiamo nel piano di Clapeyron la fase di compressione adiabatica del gas perfetto monoatomico. La trasformazione reversibile porta il gas dal punto 1 a pressione $p_1=1atm$, volume V_1 e temperatura T_1 , al punto 2 a pressione $p_2=5atm$, volume V_2 e temperatura T_2. Nelle trasformazioni adiabatiche $pV^{\gamma} = \cos t$ dove nei monoatomici $\gamma = c_p/c_V = 5/3$. Applicando tale legge tra i punti 1 e 2 si scrive $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$ da cui $(V_2/V_1) = (p_1/p_2)^{1/\gamma}$ =0.381 che corrisponde ad una riduzione di circa il 62% del volume iniziale. Sostituendo in $pV^{\gamma} = \cos t$ la relazione dei gas perfetti $V=nRT/p$ si ottiene la relazione $p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma} = \cos t$ che porta ad un rapporto di temperature $(T_2/T_1) = (p_1/p_2)^{(1-\gamma)/\gamma}$ =1.90 che corrisponde ad un aumento del 90%.