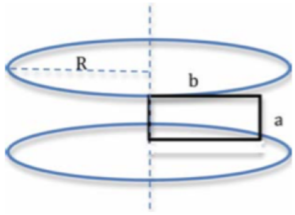
12° ESERCITAZIONE – mercoledì 18 dicembre 2019 (e molti altri esercizi)

12.1) Un solenoide indefinito costituito da n spire per unità di lunghezza avvolte in aria ha induttanza L = 5 mH. Tramite un interruttore è collegato in serie a una resistenza R e a un generatore di forza elettromotrice f = 500 V. Determinare n sapendo che nell'istante in cui si chiude il circuito il campo di induzione magnetica all'interno del solenoide cresce con derivata temporale dB/dt = 0,8 T/ms e che asintoticamente la corrente circolante è I_∞ = 50 mA.
{ricavato l'andamento della corrente nel tempo, dedurne B(t) e $dB/dt|_{t=0}$}
>>> soluzione: 6370 spire/m

12.2) Un condensatore piano ha le armature circolari di raggio R molto maggiore della loro distanza h di separazione. All'interno è disposta una spira conduttrice di resistenza R e lati a < h e b < R disposta come in figura. Il condensatore è collegato a un generatore $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$.



Determinare la corrente che scorre nella spira trascurando effetti di bordo e autoinduzione.
{determinare D(t) nel condensatore a partire da f(t) e da h}
>>> soluzione: $-\mu_0\varepsilon_0 f_0\omega^2 \sin(\omega t)\, ab^2/(4hR^*)$

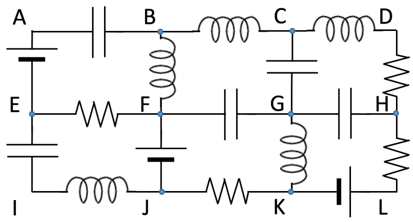
12.3) Un condensatore piano con armature parallele di area S distanti h è riempito di un isolante omogeneo non perfetto: la costante dielettrica vale ε = 40 pF/m; la resistività $\rho = 10^7\ \Omega$m. Fra le armature viene applicata una d.d.p. $V(t) = V_0 \sin\omega t$ con ω = 250 rad/s.
Determinare il rapporto fra il valore massimo della corrente di spostamento (calcolata considerando il dielettrico) e il valore massimo della corrente di conduzione (calcolata considerando il materiale resistivo).
>>> soluzione: I_{spoMAX}/I_{conMAX} = 0,1

12.4) Un lungo solenoide di sezione S = 5 cm^2 costituito da n = 1000 spire/m viene percorso da una corrente $I(t) = I_0\,(1+t/T)$ con I_0 = 10 mA e T = 1 ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie s = 1 cm^2 di resistenza R = 10 Ω posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.
>>> soluzione: 0,54 μA

12.5) Un solenoide cilindrico di raggio a = 1 cm e lunghezza h è costituito da n = 10^4 spire/metro di filo di rame (ρ = 17 nΩm) di sezione s = 0,1 mm^2. È riempito per metà lunghezza di un materiale con permeabilità magnetica relativa μ_r = 11. Calcolare la costante di tempo τ del circuito ottenuto collegando il solenoide con un generatore di f.e.m. tramite conduttori con resistenza trascurabile. Trascurare gli effetti di bordo.
>>> soluzione: t = 2,2 ms

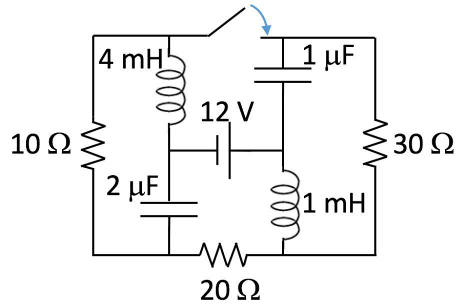
CIRCUITI IN CONDIZIONI STAZIONARIE

12.6) Nel circuito in figura f = 5 V, C = 100 nF, L = 0,1 mH e R = 10 Ω. Determinare l'energia elettrostatica, il flusso di B nei vari induttori e la potenza complessivamente erogata dai generatori e quella complessivamente dissipata nelle resistenze.



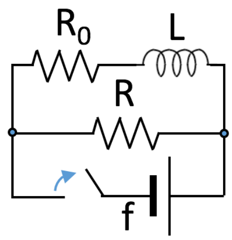
>>> soluzione: U_{es} = 6,25 μJ; $\Phi_i(B)$ = 0; P_{GEN} = 0, P_{RES} = 0

*12.7) Considerato il circuito in figura determinare nell'ordine:

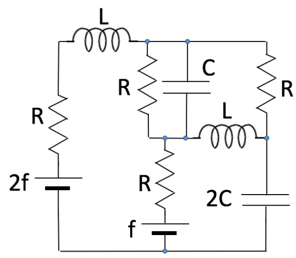


a) prima della chiusura dell'interruttore
- la corrente e la potenza erogate dal generatore (0,4 A; 4,8 W)
- l'energia accumulata complessivamente nelle capacità (16 μJ) e nelle induttanze (400 μJ)

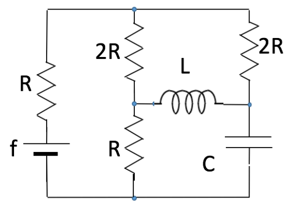
b) dopo molto tempo dalla chiusura dell'interruttore
- la corrente e la potenza erogate dal generatore (0,8 A; 9,6 W)
- la potenza dissipata (9,6 W)
- l'energia accumulata complessivamente nelle capacità (16 μJ e 72 μJ) e nelle induttanze (1,28 mJ e 0,32 mJ)



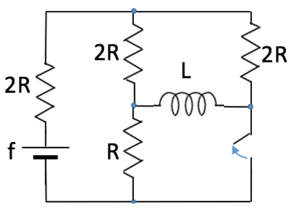
12.8) Determinare l'energia dissipata nella resistenza R dall'apertura dell'interruttore fino al raggiungimento della nuova condizione di equilibrio.
>>> soluzione: $\frac{1}{2}$ L $(f/R_0)^2$ R/(R+R_0)



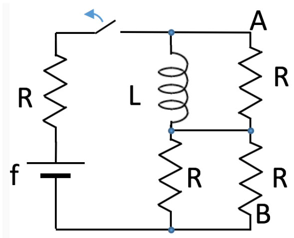
12.9) Determinare il valore dell'energia accumulata nelle capacità e nelle induttanze
>>> soluzione: $U_C = 99/50\ C\ f^2$; $U_L = 3/25\ f^2 L/R^2$



12.10) Determinare il valore dell'energia accumulata nell'induttanza e nella capacità
>>> soluzione: $\frac{1}{2}$ L $(f/6R)^2$; $\frac{1}{2}$ C $(f/3)^2$

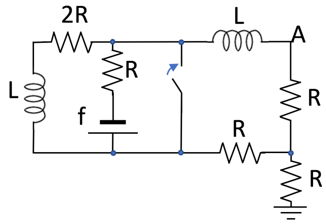


*12.11) Determinare, per le due posizioni dell'interruttore, il valore dell'energia accumulata nell'induttanza in condizioni stazionarie
>>> soluzione: $\frac{1}{2}$ L $(f/6R)^2$ (chiuso); $\frac{1}{2}$ L $(f/8R)^2$ (aperto)

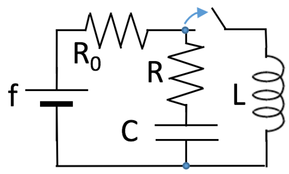


12.12) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Calcolare la differenza di potenziale V_A-V_B per t < 0.
>>> soluzione: f/3

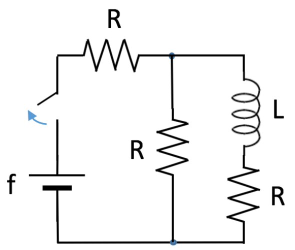
CIRCUITI IN CONDIZIONI QUASI STAZIONARIE



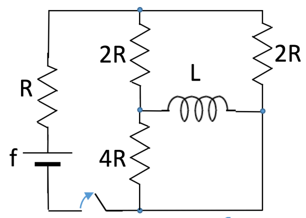
*12.13) Il circuito in figura è a regime con l'interruttore aperto. All'istante t = 0 l'interruttore viene chiuso.
Determinare, per t > 0, l'espressione del potenziale V(t) nel punto A.
>>> soluzione: $V(t) = -f/4\ e^{-t/(L/2R)}$



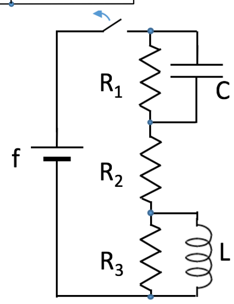
12.14) Il circuito in figura è a regime quando viene aperto l'interruttore. Dopo quanto tempo la differenza di potenziale ai capi di R è uguale a quella ai capi di C? Dati: f = 10 V; $R = R_0 = 10\ k\Omega$; $C = 0{,}2\ \mu F$; L = 10 mH.
>>> soluzione: $t^* = 4 \ln(3/2)$ ms



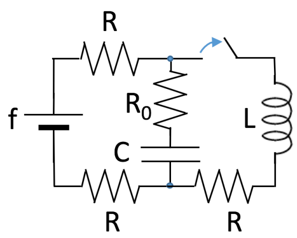
12.15) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Calcolare la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza al tempo $t^* = 60\ \mu s$.
Dati: f = 15 V, L = 4 mH, $R = 20\ \Omega$.
>>> soluzione: $10\ e^{-0,6} = 5{,}5$ V



12.16) Determinare l'espressione dell'intensità di corrente che scorre nell'induttanza a partire dall'istante di apertura dell'interruttore
>>> soluzione: $f/(4R)\ e^{-t/(L/2R)}$



*12.17) Il circuito in figura è inizialmente in condizioni stazionarie.
Determinare dopo quanto tempo dall'apertura dell'interruttore la differenza di potenziale ai capi della capacità arriva al valore V* = 1 V.
Dati: f = 6 V; $R_1 = R_2 = R_3 = R = 100\ \Omega$; C = 10 nF; L = 0,1 mH
>>> soluzione: $t^* = \ln(3)\ \mu s$



12.18) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Ricavare l'espressione della corrente che scorre in $R_0 = 2R$ per t>0
>>> soluzione: $f/(6R)\ e^{-t/(4RC)}$

12.1) $n = dB/dt|_{t=0}\ L/(\mu_0 n R I_\infty)$
12.3) $I_{spoMAX}/I_{conMAX} = \omega\ \varepsilon\ \rho$
12.4) $I_{ind} = s\mu_0 n I_0 \cos 30°/(TR)$
12.5) $L/R = ¼\ \mu_0(1+\mu_r) n\ a\ s/\rho$
12.6) In condizioni stazionarie la corrente scorre nella sola maglia JFBCDHLKJ. $U_{es} = 5\ ½\ C\ f^2$
12.8) $I_L = f/R_0$; $½\ L\ (f/R_0)^2 = P(R) + P(R_0)$; $P(R_0) = ½\ L\ (f/R_0)^2\ R/(R+ R_0)$
12.9) $2f - RI - RI/2 - RI - f = 0$; $I = 2/5\ f/R$; $U_C = ½\ C\ (R\ I/2)^2 + ½\ 2C\ (f + R\ I)^2$; $U_L = ½\ L\ I^2 + ½\ L\ (I/2)^2$
12.11 Chiuso : in R non scorre corrente; aperto: il verso della corrente in L è opposto a quello del caso di interruttore chiuso
12.13) nella resistenza collegata a terra non scorre corrente.
A interruttore aperto il generatore eroga una corrente $I = f/2R$ di cui metà scorre nell'induttanza a destra. A interruttore chiuso $V_0 - V_A = R\ I(t)$ con $I(t) = I_0\ e^{-t/(L/2R)}$
12.14) $t^* = 2RC \ln 3/2$
12.15) $\Delta V = 2RI(t^*)$; $I(t) = I_0\ e^{-t/(L/2R)}$; $I_0 = f/3R$
12.17) a circuito aperto in R_2 non scorre corrente
12.18) $\Delta V_C(0) = f/(3R)$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

12.1) $I(t) = I_\infty (1-e^{-t/\tau})$; $B = \mu_0 nI$
12.2) $2\pi r B = \mu_0 J\pi r^2$; $B = ½ \mu_0 J r$; $J = dD/dt = d(\varepsilon_0 f/h)/dt$; $\Phi(B) = ½ \mu_0 J a b^2/2$
12.3) $I_{spoMAX} = \omega (V_0/h) \varepsilon S$; $I_{conMAX} = V_0 S/(\rho h)$
12.5) $L = \mu_0(1+\mu_r)n\ nh/2\ \pi a^2$; $R = \rho\ 2\pi a\ nh/s$
12.6) Nei generatori non scorre corrente! Le differenze di potenziale fra le armature delle capacità valgono tutte f.
12.8) la corrente che scorre in R e R_0 è la stessa → la potenza dissipata nella serie R + R_0 si ripartisce nelle due resistenze proporzionalmente al loro valore
12.14) Prima dell'apertura dell'interruttore non c'è differenza di potenziale ai capi dell'induttanza, della capacità e di R. Dopo l'apertura dell'interruttore la capacità si carica nel circuito f R_0 R C: $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ con $\tau = (R+R_0) C$ e $I_0 = f/(R_0+R)$.
12.17) $\Delta V_C(0) = R_1 \times [f/(R_1+R_2)]$; $\tau = R_1 C$
12.18) a circuito aperto l'induttanza non agisce, inizialmente in condensatore non è scarico