

12ª ESERCITAZIONE – venerdì 18 dicembre 2020

12.1) Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana polarizzata linearmente che si propaga in un materiale omogeneo ed isotropo è descritto dall'equazione $E_y(x,t) = E_0 \sin(x/a - bt)$ con $E_0 = 10$ V/m, $a = 0,1 \mu\text{m}$, $b = 2 \cdot 10^{15}$ rad/s. Determinare l'indice di rifrazione del materiale e, da questo, la lunghezza d'onda che si avrebbe nel vuoto.

>>> soluzione: 1,5

12.2) Una sorgente radio di potenza media $P_0 = 6$ kW emette isotropicamente onde elettromagnetiche monocromatiche ($\lambda = 2$ m in aria).

Qual è la massima distanza alla quale può essere utilemente posto un ricevitore in grado di funzionare solo con campi elettrici oscillanti di ampiezza superiore a $E_{\text{min}} = 10$ mV/m?

>>> soluzione: 60 km

12.3) Una sottile barretta di plastica ($\epsilon_r = 3$) lunga $L = 20$ cm e sezione $S = 1$ mm² è investita da un'onda radio monocromatica piana di intensità $I = 1$ $\mu\text{W}/\text{m}^2$ polarizzata parallelamente alla barretta. Calcolare il massimo valore del momento di dipolo elettrico oscillante indotto nella barretta posta in aria.

>>> soluzione: 98×10^{-21} Cm

12.4) Un'onda elettromagnetica sferica incide su un piccolo schermo di area $S = 10$ cm² che assorbe una potenza media $P_1 = 0,4$ W. Lo schermo viene allontanato di 3 m dalla posizione iniziale restando perpendicolare alla radiazione. In queste condizioni la potenza media assorbita vale $P_2 = 0,1$ W. Quanto vale ora la distanza sorgente-schermo?

>>> soluzione: 6 m

INTERFERENZA (lezione del 18 dicembre)

12.5) In un punto dello spazio arrivano onde elettromagnetiche da due sorgenti polarizzate nella stessa direzione. L'intensità media dovuta alla prima sorgente è 10 W/m²; quella della seconda 40 W/m². Le due onde interferiscono. Quanto possono valere l'intensità media minima e massima?

>>> soluzione: 10 W/m²; 90 W/m²

12.6) Due onde elettromagnetiche piane monocromatiche polarizzate linearmente con i campi elettrici nella stessa direzione e la stessa pulsazione si propagano nel vuoto. Le onde hanno rispettivamente intensità media $I_1 = 25$ mW/m² e $I_2 = 36$ mW/m² e sono sfasate di $\varphi = 60^\circ$.

Ricavare l'intensità media data dalla sovrapposizione delle due onde.

>>> soluzione: 91 mW/m²

12.7) Due onde elettromagnetiche piane polarizzate nel piano y, di uguali intensità media I_0 , numero d'onda k e fase iniziale, viaggiano nel vuoto lungo l'asse x in versi opposti. Determinare, in seguito all'interferenza fra le due onde, l'intensità media massima e minima risultante e la distanza fra due massimi consecutivi.

>>> soluzione: 0; $4I_0$; π/k

MALUS (lezione del 18 dicembre)

12.8) Un'onda elettromagnetica piana non polarizzata di intensità $I_0 = 80 \text{ W/m}^2$ viaggiando nel vuoto attraversa perpendicolarmente due filtri polarizzatori i cui assi ottici formano un angolo di 60° .

Determinare: 1) il valore massimo del campo B nella regione di spazio compresa fra i due filtri; 2) l'intensità dell'onda all'uscita del secondo filtro

>>> soluzione: $0,58 \mu\text{T}$; 10 W/m^2

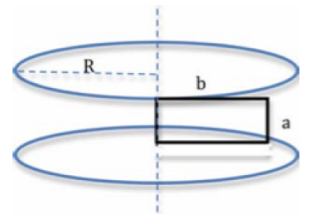
ALTRI ESERCIZI

12.9) La luce solare incide su una cella fotovoltaica di area $A = 10 \text{ cm}^2$ formando un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla normale alla superficie.

Sapendo che il campo magnetico che oscilla sinusoidalmente ha un'ampiezza di $3 \mu\text{T}$ e che solo il 15% della potenza luminosa viene convertita in potenza elettrica determinare la potenza elettrica media generata.

>>> soluzione: $0,14 \text{ W}$

12.10) Un condensatore piano ha le armature circolari di raggio R molto maggiore della loro distanza h di separazione. All'interno è disposta una spira conduttrice di resistenza R^* e lati $a < h$ e $b < R$ disposta come in figura. Il condensatore è collegato a un generatore $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$.



Determinare la corrente che scorre nella spira trascurando effetti di bordo e autoinduzione.

{determinare $D(t)$ nel condensatore a partire da $f(t)$ e da h }

>>> soluzione: $-\mu_0 \epsilon_0 f_0 \omega^2 \sin(\omega t) ab^2 / (4hR^*)$

12.11) Una sorgente puntiforme irradia onde sferiche sinusoidali in modo isotropo nel vuoto con potenza media P. Determinare l'ampiezza di B_0 a distanza R dalla sorgente.

>>> soluzione: $[(Z_0 P / 2\pi)^{1/2}] / (Rc)$

12.12) In una giornata di sole, a mezzogiorno, la radiazione solare cede ad un centimetro quadrato di superficie terrestre 6 J al minuto. Calcolare i valori massimi di E e B dell'onda che trasporta tale energia supponendo che sia piana, armonica e che incida perpendicolarmente alla superficie terrestre.

>>> soluzione: 868 V/m ; $2,9 \mu\text{T}$

12.13) Un'onda elettromagnetica piana armonica si propaga in un dielettrico non ferromagnetico. Il valore massimo del campo elettrico dell'onda è 10 V/m e la sua intensità media è di 160 mW/m^2 . Determinare la suscettività dielettrica relativa del mezzo.

>>> soluzione: $\chi = 0,455$

12.14) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per $t = 0$, da $E_y = a \sin(bx)$; $E_z = 0$. Determinare:

1) il valore di b sapendo che la frequenza dell'onda è 10 GHz

2) l'andamento spaziale del campo elettrico per $t = 3 \text{ ns}$.

>>> soluzione $b = 200 \pi / 3 \text{ m}^{-1}$; $E_y(x, y, z) = a \sin(bx)$

12.15) I campi elettrici di due onde piane monocromatiche che si propagano nel vuoto lungo l'asse x hanno le espressioni:

$$1) E_{1y} = A \sin[\omega(t-x/c)]; E_{1z} = 0$$

$$2) E_{2y} = 0; E_{2z} = A \cos[\omega(t-x/c)] \quad \text{con } A = 1\text{V/m}; \omega = 2\pi \cdot 10^8 \text{rad/s.}$$

Calcolare il modulo della forza a cui viene sottoposto un elettrone ($q = -e$) che a $t = 0$ si trovi fermo nel punto di coordinate (0,75 m, 1 m, 2 m).

{sugg. sostituire i valori numerici}

>>> soluzione: $F = F_y = 1,6 \times 10^{-19} \text{ N}$

SOLUZIONI

$$12.1) n = c/(ab); \lambda_0 = n \lambda$$

$$12.2) r < [P_0 Z_0 / (2\pi)]^{1/2} / E_{\min}$$

$$12.3) p = \epsilon_0 \chi (2 Z_0 I)^{1/2} S L$$

$$12.4) I_1 = P_0 / 4\pi r_1^2; I_2 = P_0 / 4\pi r_2^2; I_1 / I_2 = r_2^2 / r_1^2 = 4 \rightarrow r_2 = 2 r_1 = r_1 + 3 \text{ m} \rightarrow r_1 = 3 \text{ m}; r_2 = 6 \text{ m}$$

$$12.5) (E_1 \pm E_2)^2 / (2Z_0) = [\sqrt{(2Z_0 I_1)} \pm \sqrt{(2Z_0 I_2)}]^2 / (2Z_0) = [\sqrt{I_1} \pm \sqrt{I_2}]^2 = 10 + 40 \pm 2 \sqrt{400} = (50 \pm 40) \text{ W/m}^2$$

$$12.6) I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi)$$

$$12.8) I_1 = I_0 / 2 = E_1^2 / 2Z_0; B_1 = E_1 / c; I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ$$

$$12.9) P = (Bc)^2 / (2Z_0) A \cos\theta \epsilon$$

$$12.10) 2\pi r B = \mu_0 dD/dt \pi r^2; B = \frac{1}{2} \mu_0 dD/dt r; dD/dt = d(\epsilon_0 f/h)/dt = (\epsilon_0/h) df/dt; \Phi(B) = \frac{1}{2} \mu_0 dD/dt a b^2 / 2$$

$$12.12) E_0 = (2Z_0 P/S)^{1/2}; B_0 = E/c$$

$$12.13) E^2 / 2Z = I \rightarrow Z = E^2 / 2I = 312,5 \text{ W} = 377 / \sqrt{\epsilon_r} \rightarrow \epsilon_r = (377 / 312,5)^2 = 1,455$$

$$12.14) b = k = 2\pi / \lambda = 2\pi \nu / c = 200 \pi / 3 \text{ m}^{-1}$$

$$E_y(x,y,z) = a \sin(kx - \omega t) = a \sin(bx - 2\pi \nu t) = a \sin(bx) \text{ essendo } 2\pi \nu t = 30 \times 2\pi$$

$$12.15) \omega = 0,75/c = 2\pi \cdot 10^8 \times \frac{3}{4} \times 1/(3 \times 10^8) = \pi/2 \rightarrow E_y = E_{1y} = -A; E_z = E_{2z} = 0 \rightarrow F = eA$$

SUGGERIMENTI

$$12.1) v = \lambda/T = \omega/K = ba = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}; n = c/v = (\lambda_0 \nu) / (\lambda \nu)$$

12.3) nel passaggio fra due materiali la componente di E tangente alla superficie di separazione è la stessa

12.7) se l'onda progressiva e quella regressiva sono sfasate di π l'intensità è nulla; se sono in fase l'intensità è massima. I massimi di intensità distano $\lambda/2$ (distanza fra un massimo e il minimo successivo del campo: $I \propto E^2$)

12.8) nel passaggio attraverso il primo polarizzatore il valore medio di $\cos^2(\theta)$ vale $\frac{1}{2} \rightarrow I_1 = I_0 / 2$

$$12.12) I = P/S = 1 \text{ kW/m}^2$$