



FISICA

A.A. 2024-2025

Ingegneria Gestionale

12 prova del 7 Maggio 2025

Lo studente descriva il procedimento e la soluzione degli esercizi proposti. Gli elaborati saranno valutati ai fini del superamento dell'esame finale.

1. Un cubetto di ghiaccio di lato $L=20\text{mm}$ galleggia in un bicchiere d'acqua fredda con una delle facce parallela alla superficie dell'acqua. A quale profondità deve trovarsi la faccia immersa? Nel caso venga versato dell'alcool etilico sulla superficie dell'acqua fino a formare uno strato di $d=5\text{mm}$, a quale nuova profondità dalla superficie si porta la faccia immersa? Nel caso si continui a versare altro alcool, quale è lo spessore dello strato di alcool etilico affinché la faccia superiore del cubo sia al livello della superficie? (Si assuma $\rho_{H_2O}=1000\text{ kg/m}^3$, $\rho_G=917\text{ kg/m}^3$, $\rho_{Alcool}=806\text{ kg/m}^3$).
2. La pressione atmosferica normale è di $p_{ATM}=1.013\cdot 10^5\text{ Pa}$. All'avvicinarsi di un temporale si osserva in un barometro a mercurio una diminuzione di $\Delta h=20\text{mm}$ dell'altezza della colonna di mercurio. Determinare la pressione atmosferica (Si assuma per la densità del mercurio $\rho_{Hg}=13590\text{ Kg/m}^3$).
3. In un recipiente isolato si aggiungono 250g di ghiaccio a 0°C , a 600g d'acqua a 18°C . Determinare (a) la temperatura finale del sistema, (b) la quantità rimanente di ghiaccio (si assuma calore latente di fusione del ghiaccio $q_f=80\text{ kcal kg}^{-1}$, calore specifico dell'acqua $c=1\text{ kcal kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$).
4. Un gas perfetto monoatomico a $t_1=10^\circ\text{C}$ e a pressione atmosferica si trova ad occupare il volume $V_1=1\text{cm}^3$. Si calcoli il volume V_2 occupato dal gas nel caso venga eseguita una compressione isoterma reversibile fino al raddoppio della pressione. Si calcoli il volume V_3 occupato dal gas nel caso invece fosse stata eseguita la stessa compressione con un riscaldamento del gas fino a $t_2=40^\circ\text{C}$. Calcolare la variazione di energia interna ΔU in entrambe le trasformazioni. Si assuma per il gas monoatomico $\bar{c}_v = \frac{3}{2}nR$, $1\text{atm}=1.013\cdot 10^5\text{ Pa}$.
5. Un gas occupa 1m^3 alla pressione atmosferica. Su di esso viene effettuato un ciclo termodinamico realizzato con 3 trasformazioni elementari: una isocora che raddoppia la pressione del gas, una isoterma che ne raddoppia il volume, ed una compressione isobara che riporta il gas nelle condizioni iniziali. Quanto lavoro meccanico è ottenibile da questo ciclo?
6. Nella fase di compressione di un motore, la pressione aumenta da 1atm a 5atm . Assumendo che la trasformazione sia adiabatica ed il gas perfetto monoatomico, (a) di quale fattore varia il volume, (b) di quale fattore varia la temperatura.



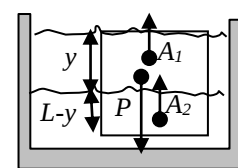
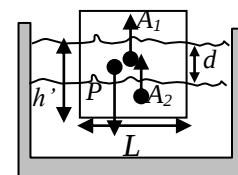
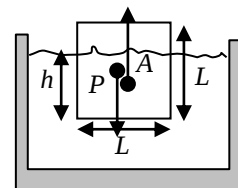
FISICA

A.A. 2024-2025

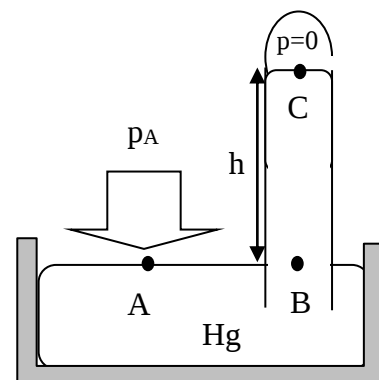
Ingegneria Gestionale

Soluzioni della 12 prova

1. Un cubetto di ghiaccio immerso in acqua per uno spessore h , è soggetto alla forza peso $P = \rho_G \cdot gL^3$ ed alla spinta di Archimede $A = \rho_{H_2O} \cdot gL^2h$. Il cubetto è in equilibrio quando $A=P$ da cui $h = L(\rho_G/\rho_{H_2O}) = 18.3mm$. L'introduzione dello strato d di alcool a bassa densità ρ_A causa una ulteriore immersione. La spinta di Archimede si scompone nei 2 termini $A = A_1 + A_2 = \rho_A \cdot gL^2d + \rho_{H_2O} \cdot gL^2(h-d)$. Il peso P è invariato. Dall'equilibrio $A=P$ si ricava la nuova profondità $h' = [\rho_G L + (\rho_{H_2O} - \rho_A)d] / \rho_{H_2O} = 19.3mm$. Infine aggiungendo alcool fino ad un livello y la spinta si riduce ulteriormente al valore $A = A_1 + A_2 = \rho_A \cdot gL^2y + \rho_{H_2O} \cdot gL^2(L-y)$. All'equilibrio si ha $A=P$ da cui $y = L \frac{\rho_{H_2O} - \rho_G}{\rho_{H_2O} - \rho_A} = 8.56mm$.

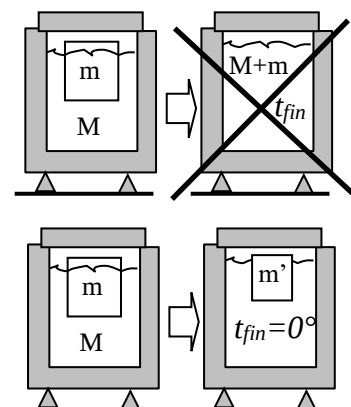


2. In accordo con l'esperienza di Torricelli esiste una semplice relazione che lega la pressione atmosferica con l'altezza h della colonna di mercurio. Per trovare questa semplice relazione partiamo dalla pressione in C; essa vale $p_C=0$ poiché C non è a contatto con l'aria ma con il vuoto. Applicando la legge di Stevino è possibile ora calcolare la pressione in B che vale $p_B = \rho_{Hg}gh + p_C = \rho_{Hg}gh$. Essendo A e B alla stessa quota le due pressioni si eguagliano e la pressione atmosferica incognita vale $p_A = p_B = \rho_{Hg}gh$. In condizioni normali la colonna di mercurio è alta $h = p_{Atm}/\rho_{Hg}g = 760mm$. La presenza di una perturbazione causa una



depressione cui corrisponde una diminuzione dell'altezza della colonna di Δh . La pressione in questocaso $p_A = \rho_{Hg}g(h - \Delta h) = \rho_{Hg}gh(1 - \Delta h/h) = p_{atm}(1 - \Delta h/h) = p_{atm}(1 - 20/760) = 0.974Atm = 98634 Pa$

3. Nel recipiente la massa $m=250g$ di ghiaccio a $0^\circ C$, e la massa $M=600g$ d'acqua a $t=18^\circ C$ non sono inizialmente in equilibrio termico. All'equilibrio termico la temperatura dovrà essere uniforme in tutto il sistema t_{fin} . Una ipotesi di quello che potrebbe accadere è la seguente: la massa M d'acqua abbassa la sua temperatura da $t=18^\circ C$ alla temperatura finale t_{fin} , cedendo una quantità di calore al ghiaccio ($Q_1 = M(t_{fin}-t) < 0$). Questa quantità di calore é assorbita dal ghiaccio e serve per trasformare la massa m di ghiaccio a $0^\circ C$ in acqua a $0^\circ C$ ($Q_2 = q_f m > 0$) e successivamente per aumentarne la temperatura fino a t_{fin} ($Q_3 = m \cdot t_{fin} > 0$). Essendo il sistema isolato la somma algebrica di tutte le quantità di calore descritte deve annullarsi ($Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$) da cui si ricava

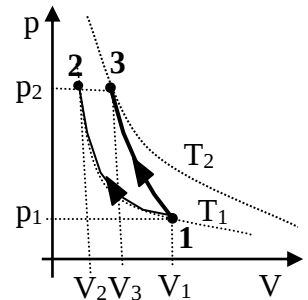


$$t_{fin} = \frac{M \cdot t - m \cdot q_f}{M + m} = \frac{0.6 \cdot 18 - 80 \cdot 0.25}{0.6 + 0.25} = -10.8^\circ C \text{ risultato impossibile visto che l'acqua non può}$$

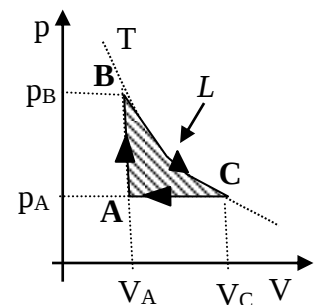
trovarsi allo stato liquido a quella temperatura! Quindi l'ipotesi iniziale era errata. Un altro possibile scenario di equilibrio termico è quello nel quale coesistono entrambe le due fasi acqua e ghiaccio alla temperatura del cambiamento di stato $t_{fin}=0^\circ C$. In questo caso la massa M d'acqua abbassa la sua temperatura da $t=18^\circ C$ a $t_{fin}=0^\circ C$ cedendo una quantità di calore al ghiaccio ($Q_1 = -M \cdot t < 0$).

Questo calore fa sciogliere solo una certa quantità di ghiaccio ($m-m'$) grazie al calore assorbito $Q_2=q_f(m-m')>0$. Essendo il sistema isolato $Q_1+Q_2=0$, da cui si deriva la quantità di ghiaccio rimanente $m'=m-Mt/q_f=0.115\text{ kg}=115\text{ g}$.

4. Il gas, inizialmente nello stato 1 del piano di Clapeyron, occupa un volume $V_1=1\text{ cm}^3$ alla pressione $p_1=1\text{ Atm}$ e alla temperatura $T_1=283.15\text{ K}$. Durante la compressione isoterma 1-2 la pressione si raddoppia $p_2=2\text{ Atm}$ mentre il prodotto pV si mantiene costante da cui $p_1V_1=p_2V_2$ e quindi $V_2=V_1(p_1/p_2)=V_1/2=0.5\text{ cm}^3$ (riduzione del 50% del volume). L'altra trasformazione 1-3 è invece del tutto generale e porta il gas alla temperatura $T_3=313.15\text{ K}$ sempre alla pressione $p_3=p_2=2\text{ Atm}$. Il volume finale V_3 di questa secondo tipo di trasformazione si ottiene dall'equazione dei gas perfetti $p_1V_1/T_1=p_3V_3/T_3$ da cui $V_3=V_1\cdot(p_1/p_2)\cdot(T_2/T_1)=1\text{ cm}^3\cdot(1/2)\cdot(313.15/283.15)=0.553\text{ cm}^3$. La variazione di energia interna è legata nei gas perfetti solo alla variazioni di temperatura secondo $\Delta U=c_v\Delta T=\frac{3nR}{2}\Delta T$. Nella trasformazione isoterma 1-2 non c'è quindi variazione di energia interna $\Delta U_{12}=0$, mentre nella trasformazione 1-3 si ha $\Delta U_{13}=\frac{3}{2}nR(T_3-T_1)$ dove dall'equazione dei gas si ricava $nR=p_1V_1/T_1$ portando alla $\Delta U_{13}=\frac{3}{2}p_1V_1(T_3-T_1)/T_1=1.5\cdot 101300\cdot 10^{-6}(30/283.15)=16\text{ mJ}$.

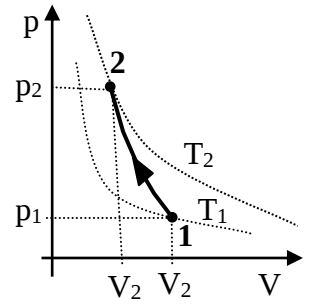


5. Il gas, inizialmente nello stato A del piano di Clapeyron, occupa un volume $V_A=1\text{ m}^3$ alla pressione $p_A=1\text{ Atm}$. La trasformazione isocora AB avviene senza variazione di volume e quindi senza spesa di lavoro $L_{AB}=0$. Il gas in B occupa ancora lo stesso volume $V_B=V_A=1\text{ m}^3$, ma alla pressione doppia $p_B=2p_A=2\text{ Atm}$. Nella espansione isoterma BC la pressione si riabbassa al valore iniziale $p_C=p_A=1\text{ Atm}$, mentre il volume aumenta sino al valore V_C che si ottiene dall'espressione delle isoterme $p_BV_B=p_CV_C$ da cui $V_C=V_B(p_B/p_A)=2V_B$ che corrisponde ad un raddoppio del volume. Il lavoro utile durante questa



espansione isoterma è $L_{BC}=\int_{V_B}^{V_C} p dV = nRT \int_{V_B}^{V_C} dV/V = nRT \ln(V_C/V_B) = p_BV_B \ln(V_C/V_B) = 2\cdot 1\text{ Atm}\cdot 1\text{ m}^3\cdot \ln(2) = 140.4\text{ kJ}>0$. Il ciclo si chiude con una compressione isobara a pressione $p_C=p_A=1\text{ Atm}$ che riporta il gas da C in A. Il lavoro negativo della compressione è $L_{CA}=\int_{V_C}^{V_A} p dV = p_A \int_{V_C}^{V_A} dV = p_A(V_A-V_C)=1\text{ Atm}\cdot(1\text{ m}^3-2\text{ m}^3)=-101.3\text{ kJ}<0$. Il lavoro totale utile del ciclo è $L_{ciclo}=L_{BC}+L_{CA}=39.1\text{ kJ}$.

6. Riportiamo nel piano di Clapeyron la fase di compressione adiabatica del gas perfetto monoatomico. La trasformazione reversibile porta il gas dal punto 1 a pressione $p_1=1\text{atm}$, volume V_1 e temperatura T_1 , al punto 2 a pressione $p_2=5\text{atm}$, volume V_2 e temperatura T_2 . Nelle trasformazioni adiabatiche $pV^\gamma = \text{cost}$ dove nei monoatomici $\gamma = c_p/c_v = 5/3$. Applicando tale legge tra i punti 1 e 2 si scrive $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ da cui $(V_2/V_1) = (p_1/p_2)^{1/\gamma} = 0.381$ che corrisponde ad una riduzione di circa il 62% del volume iniziale. Sostituendo in $pV^\gamma = \text{cost}$ la



relazione dei gas perfetti $V=nRT/p$ si ottiene la relazione $p^{1-\gamma} \cdot T^\gamma = \text{cost}$ che porta ad un rapporto di temperature $(T_2/T_1) = (p_2/p_1)^{(1-\gamma)/\gamma} = 1.90$ che corrisponde ad un aumento del 90%.