13° ESERCITAZIONE – venerdì 20 dicembre 2019 (e altri esercizi)

1*) Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana polarizzata linearmente che si propaga in un materiale omogeneo ed isotropo è descritto dall'equazione $E_y(x,t) = E_{0y} \sin(x/a-bt)$ con $E_0 = 10$ V/m, a = 0,01 mm, b = 2 10^{13} rad/s. Determinare l'indice di rifrazione del materiale.
>>> soluzione: 1,5

2*) Una sorgente radio di potenza media $P_0 = 6$ kW emette isotropicamente onde elettromagnetiche monocromatiche ($\lambda = 2$ m in aria).
Qual è la massima distanza alla quale può essere utilmente posto un ricevitore in grado di funzionare solo con campi elettrici oscillanti di ampiezza superiore a $E_{min} = 10$ mV/m?
>>> soluzione: 60 km

3*) Una sottile barretta di plastica ($\varepsilon_r = 3$) lunga L = 20 cm e sezione S = 1 mm^2 è investita da un'onda radio monocromatica piana di intensità I = 1 μW/m^2 polarizzata parallelamente alla barretta. Calcolare il massimo valore del momento di dipolo elettrico oscillante indotto nella barretta posta in aria.
>>> soluzione: 98 x 10^{-21} Cm

4*) Un'onda elettromagnetica piana non polarizzata di intensità $I_0 = 80$ W/m^2 viaggiando nel vuoto attraversa perpendicolarmente due filtri polarizzatori i cui assi ottici formano un angolo di 60°.
Determinare: 1) il valore massimo del campo B nella regione di spazio compresa fra i due filtri; 2) l'intensità dell'onda all'uscita del secondo filtro
>>> soluzione: 0,58 μT; 10 W/m^2

5*) La luce solare incide su una cella fotovoltaica di area A = 10 cm^2 formando un angolo $\theta = 30°$ rispetto alla normale alla superficie.
Sapendo che il campo magnetico che oscilla sinusoidalmente ha un'ampiezza di 3 μT e che solo il 15% della potenza luminosa viene convertita in potenza elettrica determinare la potenza elettrica media generata.
>>> soluzione: 0,14 W

6*) Un'onda elettromagnetica sferica incide su uno schermo di area S = 10 cm^2 con una potenza media $P_1 = 0,4$ W. Lo schermo viene allontanato di 3 m dalla posizione iniziale restando perpendicolare alla radiazione. In queste condizioni la potenza media vale $P_2 = 0,1$ W. Quanto vale ora la distanza sorgente-schermo?
>>> soluzione: 6 m

7*) In un punto dello spazio arrivano onde elettromagnetiche da due sorgenti polarizzate nella stessa direzione. L'intensità media dovuta alla prima sorgente è 10 W/m^2; quella della seconda 40 W/m^2. Le due onde interferiscono. Quanto possono valere l'intensità media minima e massima?
>>> soluzione: (50 ± 40) W/m^2

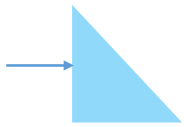
8*) Un raggio luminoso verde ($\lambda_0 = 552$ nm) incide perpendicolarmente su uno specchio ricoperto da uno strato uniforme di materiale di indice n = 1,38. Quale spessore minimo d_m deve avere lo strato affinché la luce riflessa dalla superficie speculare interferisca distruttivamente con quella riflessa dal rivestimento?
>>> soluzione: 0,1 μm

9*) Due onde elettromagnetiche piane polarizzate nel piano y, di uguali intensità media I_0, numero d'onda k e fase iniziale, viaggiano nel vuoto lungo l'asse x in versi opposti. Determinare, in seguito

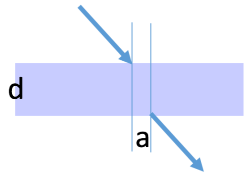
all'interferenza fra le due onde, l'intensità media massima e minima risultante e la distanza fra due massimi consecutivi.
>>> soluzione: 0; $4I_0$; π/k

Snell (forse non sarà inserito in programma)

10*) Un raggio luminoso incide, come in figura, sulla superficie di un prisma di vetro ($n = 1,5$) cosa succede all'uscita del prisma se è immerso: a) in acqua ($n_{H2O} = 1,33$)? b) in aria ($n_0 = 1$);
>>> soluzione rifrazione a 52,7°; riflessione totale



11*) Un raggio luminoso incide nel vuoto su una lastra trasparente spessa d = 3 cm. Il raggio riflesso forma un angolo di 90° rispetto a quello rifratto che poi emerge a distanza a = 2 cm dal punto di ingresso. Calcolare l'indice di rifrazione del materiale della lastra.
>>> soluzione: 1,5



ALTRI

12) In una giornata di sole, a mezzogiorno, la radiazione solare cede ad un centimetro quadrato di superficie terrestre 6 J al minuto. Calcolare i valori massimi di E e B dell'onda che trasporta tale energia supponendo che sia piana, armonica e che incida perpendicolarmente alla superficie terrestre.
>>> soluzione: 868 V/m; 2,9 μT

13) Un'onda elettromagnetica piana armonica si propaga in un dielettrico non ferromagnetico. Il valore massimo del campo elettrico dell'onda è 10 V/m e la sua intensità media è di 160 mW/m^2. Determinare la suscettività dielettrica relativa del mezzo.

14) I campi elettrici di due onde piane monocromatiche che si propagano nel vuoto lungo l'asse x hanno le espressioni:
1) $E1y = A \sin[\omega(t-x/c)]$; $E1z = 0$
2) $E2y = 0$; $E2z = A \cos[\omega(t-x/c)]$ con $A = 1$V/m; $\omega = 2\pi\ 10^8$rad/s.
Calcolare il modulo della forza a cui viene sottoposto un elettrone che a t = 0 si trovi fermo nel punto di coordinate (0,75 m, 1 m, 2 m).
{sugg. sostituire i valori numerici}
>>> soluzione: $F = Fy = 1,6 \times 10^{-19}$ N

15) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per t = 0, da $Ey = a \sin(bx)$; $Ez = 0$. Determinare:
1) il valore di b sapendo che la frequenza dell'onda è 10 GHz
2) l'andamento spaziale del campo elettrico per t = 3 ns.
>>> soluzione $b = 200\ \pi/3$ m^{-1}; $Ey(x,y,z) = a \sin(bx)$

16) Una sorgente puntiforme irradia onde sferiche sinusoidali in modo isotropo nel vuoto con potenza media P. Determinare l'ampiezza di B_0 a distanza R dalla sorgente.
>>> soluzione: $[(Z_0P/2\pi)^{1/2}]/(Rc)$

17) Due onde elettromagnetiche monocromatiche polarizzate linearmente con i campi elettrici nella stessa direzione e la stessa pulsazione si propagano nel vuoto nella direzione dell'asse x. Le onde hanno rispettivamente intensità media $I_1 = 25$ mW/m^2 e $I_2 = 36$ mW/m^2 e sono sfasate di $\varphi = 60°$.

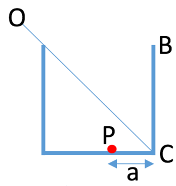
Ricavare l'intensità <u>media</u> I data dalla sovrapposizione delle due onde.

A seconda dell'espressione utilizzata per esprimere l'onda è utile una delle due relazioni trigonometriche:

$\sin(\alpha)\sin(\alpha+\beta) = \sin^2(\alpha)\cos(\beta) + ½ \sin(2\alpha)\sin(\beta)$

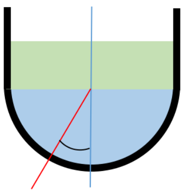
$\cos(\alpha)\cos(\alpha+\beta) = \cos^2(\alpha)\cos(\beta) - ½ \sin(2\alpha)\sin(\beta)$

>>> soluzione: 91 mW/m^2



18) Un recipiente cubico di lato L = 30 cm con pareti opache è posto in maniera che un osservatore posto in O non ne vede il fondo ma vede tutta la parete BC. Quanta acqua di indice di rifrazione n = 1,33 occorre versare nel recipiente affinché l'osservatore possa vedere nel punto C l'oggetto P posto sul fondo a distanza a = 10 cm dalla parete BC?

>>> soluzione: 27 cm

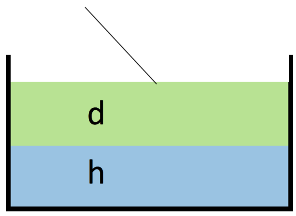


19) Un raggio luminoso viene inviato dal basso sul centro di curvatura del fondo semisferico di una provetta di vetro (n_{vetro} = 1,5) messa in posizione verticale. La provetta contiene olio siliconico (n_{Si} = 1,4; ρ = 0,96 g/cm^3) e acqua (n_{H2O} = 1,33). Determinare il valore minimo dell'angolo di incidenza, rispetto all'asse della provetta, per il quale il raggio non arriva all'aria.

>>> soluzione: 48,7°

20) Un raggio luminoso con due componenti cromatiche, rossa e blu, viaggia all'interno di una lastra trasparente (n_{BLU} = 1,8 n_{ROSSO} = 1,7) immersa in aria. Sulla superficie di separazione con l'aria l'angolo di incidenza corrisponde all'angolo limite per una delle due componenti che quindi viene riflessa totalmente. Determinare l'angolo formato dalla componente trasmessa in aria e l'angolo del raggio incidente

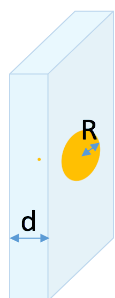
>>> soluzione: 70,8°; 33,7°



21) In un recipiente uno strato spesso d di olio minerale (n_{olio} = 1,5) galleggia su uno strato di acqua (n_{H20} = 1,33) spesso h = 10 cm. Un raggio luminoso viaggia in aria e arriva sull'olio con un angolo di incidenza di 30°. Sapendo che il raggio impiega lo stesso tempo per attraversare lo strato di olio e quello di acqua determinare lo spessore d dello strato di olio.

22) Sulla superficie di una vasca profonda h = 80 cm galleggia una sorgente puntiforme che emette isotropicamente luce verso il basso. Sulla superficie dell'acqua (n = 4/3) si osserva un cerchio luminoso dovuto alla riflessione sul fondo della vasca; determinarne il raggio.

>>> soluzione: $R=2\,h\,\mathrm{tg}(\arcsin(3/4)) = 6h/\sqrt{7}$ = 1,8 m



23) Su una faccia di una lastra di vetro spessa 2 cm viene posta una sorgente luminosa puntiforme isotropa. La luce esce in aria dall'altra faccia all'interno di un cerchio di raggio R = 1,8 cm. Determinare il valore dell'indice di rifrazione del vetro.

Può essere utile ricordare che: $\sin(x) = \frac{\mathrm{tg}(x)}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2(x)}}$ $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2(x)}}$

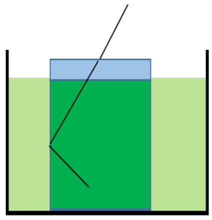
>>> soluzione: n = 1,495

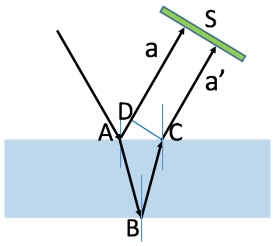
24) Al centro di una lastra piana estesa di plexiglas (n = 3/2) si trova una sorgente luminosa puntiforme e isotropa. Da un lato della lastra c'è acqua (n = 4/3), dall'altro aria.

La luce emerge da ciascun lato della lastra all'interno di un cerchio di raggio R_{plex} e R_{H2O} rispettivamente. Ricavare il valore del rapporto fra le aree dei due cerchi.

Può essere utile ricordare che: $\sin(x) = \mathrm{ascun}\ \frac{\mathrm{tg}(x)}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2(x)}}$ $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2(x)}}$

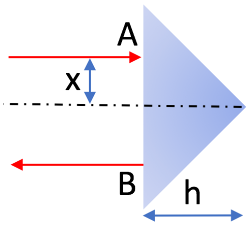
25) Un raggio luminoso (λ = 600 nm) incide ad un angolo θ sulla superficie di un parallelepipedo di plexiglas (n = 3/2) quasi completamente immerso in acqua (n = 4/3). Determinare il massimo valore di θ (in gradi) per il quale il raggio subisce ancora riflessione totale sulla faccia verticale del blocco.
>>> soluzione: $\arcsin[(n_p^2 - n_{H2O}^2)^{1/2}] = \arcsin[\sqrt{17}/6] = 43{,}4°$





26) Un raggio luminoso incide in A con un angolo θ = 30° su una lastra di vetro (n = 3/2) spessa d = 3 cm. Il raggio viene in parte riflesso (raggio a) e in parte rifratto. Il raggio rifratto viene riflesso in B dalla superficie di uscita della lastra e, dopo un'ulteriore rifrazione in C, riemerge in aria (raggio a'). Determinare la distanza AD e la differenza temporale di arrivo dei raggi a e a' su uno schermo S posto perpendicolarmente ai due raggi.
>>> soluzione: $AD = d/\sqrt{8}$; $\Delta t = d/\sqrt{2}c$

27) Un raggio luminoso con lunghezza d'onda nel vuoto λ_0 = 600 nm entra (vedi figura) parallelamente all'altezza h = 5 cm di un prisma (n = 1,5) a sezione di triangolo rettangolo isoscele, nel punto A a distanza x dall'asse. Determinare, in funzione di x, la lunghezza L del percorso del raggio e il tempo necessario affinché esca dal punto B.
>>> soluzione: L(x) = 0,1 m; t(x) = 0,5 ns



1) $n = c/(ab)$
2) $r < [P_0 Z_0/(2\pi)]^{1/2}/E_{min}$
3) $p = \varepsilon_0 \chi (2 Z_0 I)^{1/2} S L$
4) $I_1 = I_0/2 = E_1^2/2Z_0$; $B_1 = E_1/c$; $I_2 = I_1 \cos^2 60°$
5) $P = (Bc)^2/(2Z_0) A \cos\theta\, \varepsilon$
6) $I_1 = P_0/4\pi r_1^2$; $I_2 = P_0/4\pi r_2^2$; $I_1/I_2 = r_2^2/r_1^2 = 4 \rightarrow r_2 = 2 r_1 = r_1 + 3$ m $\rightarrow r_1 = 3$ m; $r_2 = 6$ m
7) $(E_1 \pm E_2)^2/(2Z_0) = [\sqrt{(10)} \pm \sqrt{(40)}]^2 = 10+40 \pm 2 \sqrt{(400)}] = (50 \pm 40)$ W/m^2.
8) $d_m = ¼ \lambda_0/n$
9) se l'onda progressiva e quella regressiva sono sfasate di π l'intensità è nulla; se sono in fase l'intensità è massima. I massimi di intensità distano $\lambda/2$ (distanza fra un massimo e il minimo successivo del campo: $I \propto E^2$)
10) a) il raggio emerge a 53° dalla normale alla superficie inclinata; b) non c'è rifrazione, il raggio emerge in basso
11) $n = \cot g\theta_t$
12) $E_0 = (2Z_0P/\Sigma)^{½}$; $B_0 = E/c$
13) $E^2/2Z = I \rightarrow Z = E^2/2I = 312{,}5\ W = 377/\sqrt{(\varepsilon_r)} \rightarrow \varepsilon_r = (377/312{,}5)^2 = 1{,}455$
14) $\omega\, 0{,}75/c = 2\pi\, 10^8 \times ¾ \times 1/(3\times10^8) = \pi/2 \rightarrow Ey = E1y = -A$; $Ez = E2z = 0 \rightarrow F = eA$
15) $b= K = 2\pi/\lambda = 2\pi\, \nu/c = 200\, \pi/3\ m^{-1}$
$Ey(x,y,z) = a \sin(kx-\omega t) = a \sin (bx-2\pi\nu\, t) = a \sin(bx)$ essendo $2\pi\nu\, t = 30 \times 2\pi$
17) I = valor medio di I(x,t) = valor medio di $[E_1(kx-\omega t)+E_2(kx-\omega t+\varphi)]^2/Z_0 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2} \cos\varphi$
18) $n \sin\theta_i = \sin 45$; $a = h - h\, tg\theta_i$
19) $\arcsin(1/n_{H2O})$
20) $\theta = \arcsin (n_{ROSSO} /n_{BLU})$; $\theta_{lim} = \arcsin (1/n_{BLU})$
26) $\sin\theta_t = 1/n \sin\theta = 1/3$; $tg\theta_t = 1/\sqrt{8}$;
$AD = 2d tg\theta_t \sin\theta = d/\sqrt{8}$; $\Delta t = 2d tg\theta_t/v - AD/c = 2d/\sqrt{8}v - d/\sqrt{8}c = d/\sqrt{8}c[2n-1] = d/\sqrt{2}c$
27) $L(x) = 2h$; $t(x) = L/v = Ln/c$;

ULTERIORI SUGGERIMENTI

1) $v = \lambda/T = \omega/K = ba = 2\ 10^8$ m/s; $n = c/v$
3) nel passaggio fra due materiali la componente di E tangente alla superficie di separazione è la stessa
8) lo spessore minimo d_m è quello per il quale dopo aver percorso la distanza $2d_m$ la radiazione riemerge sfasata di π rispetto a quella riflessa dalla superficie di ingresso: $(kr- \omega t') - (kr - \omega t) = \pi \rightarrow \omega\ \Delta t_{min} = \omega\ 2d_{min}/v = \pi \rightarrow d_{min} = ¼\ \lambda = ¼\ \lambda_0/n$
10) $\arcsin(n \sin45°/n_{H2O})$
11) $\sin\theta_i = \sin\theta_r = \cos\theta_t$; $\sin\theta_i = n \sin\theta_t$
12) $I = E_0^2/2Z_0 = P/S = 1$ kW/m^2
17) $I(x,t) = E_1^2(kx-\omega t)/Z_0$; la media su un periodo di $\sin[2(kx - \omega t)]$ è 0; la media su un periodo di $\sin^2[kx - \omega t]$ è 1/2
18) si consideri il percorso che deve seguire in acqua la luce emessa dalla sorgente per arrivare in O come se provenisse, in assenza di acqua, da C
19) nel passaggio olio-aria si ha riflessione totale
20) dalla lastra emerge luce rossa