



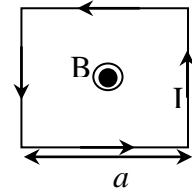
FISICA

A.A. 2023-2024

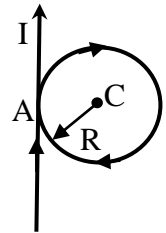
Ingegneria Gestionale

18° prova

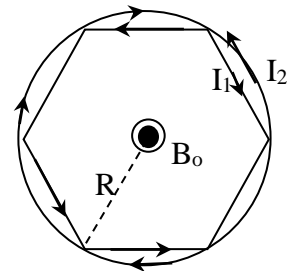
1. Calcolare il vettore induzione magnetica B_o nel centro della spira quadrata di lato a percorsa dalla corrente continua I . Confrontare il risultato con quello che si avrebbe nel caso di una spira circolare di raggio $R=a/2$



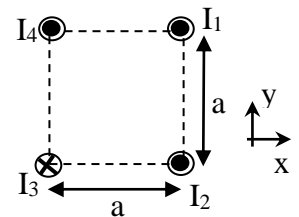
2. Un filo rettilineo indefinitamente lungo forma in un suo punto A un anello circolare come mostrato in figura. Sapendo che il filo è percorso da una corrente continua pari a $I=3A$ e che il modulo del vettore induzione magnetica misurato al centro dell'anello C vale $B=50\mu T$, determinare il valore del raggio R dell'anello.



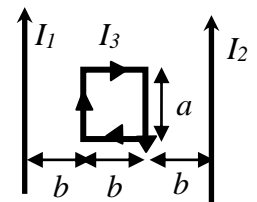
3. Una spira esagonale è percorsa dall'intensità di corrente $I_1=3mA$ che circola nel senso antiorario indicato in figura. Una spira circolare circoscritta a quella esagonale viene invece percorsa in senso orario dall'intensità di corrente I_2 . Calcolare il valore che dovrebbe assumere I_2 in modo che il vettore induzione magnetica B_o si annulli nel centro.



4. Quattro fili indefiniti percorsi da corrente sono posti ai vertici di un quadrato di lato a come indicato in figura. Si calcoli l'intensità, la direzione ed il verso della forza per unità di lunghezza agente sul filo percorso dalla corrente I_1 [Dati: $I_1=4mA$, $I_2=4mA$, $I_3=6mA$, $I_4=4mA$, $a=1mm$].



5. Due fili infinitamente lunghi paralleli sono percorsi dalle correnti I_1 ed I_2 disegnate in figura. Una spira rettangolare di lati a, b giace nel piano formato dai due fili paralleli ed è percorsa dalla corrente I_3 . Determinare la forza agente sulla spira.





FISICA

A.A. 2023-2024

Ingegneria Gestionale

Soluzioni della 18^a prova

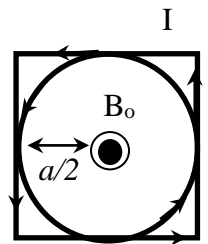
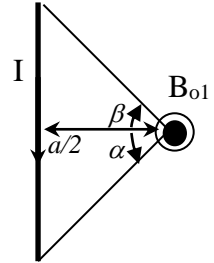
1. La spira quadrata è formata da 4 tratti rettilinei di lato a percorsi dalla comune corrente I . Ciascun lato genera nel centro della spira un contributo di vettore induzione magnetica uscente dal piano del foglio. In generale il contributo B_{01} generato da un segmento rettilineo vale $B_{01} = \frac{\mu_o I \sin \beta + \sin \alpha}{4\pi R}$ dove nel nostro

caso essendo $\beta = \pi/4$, $\alpha = \pi/4$, $R = a/2$ si ottiene $B_{01} = 2\sqrt{2} \frac{\mu_o I}{4\pi a}$. Anche gli altri tre lati generano singolarmente lo stesso contributo (in modulo, direzione e verso).

Il valore complessivo è quindi $B_{quadrato} = 4B_{01} = \frac{2\sqrt{2} \mu_o I}{\pi a}$. Esso è inferiore al

campo generato da una spira circolare di raggio $R = a/2$, che vale $B_{cerchio} = \frac{\mu_o I}{a}$.

Il loro rapporto infatti vale $B_{quadrato} / B_{cerchio} = 2\sqrt{2}/\pi \cong 0.9$



2. Un filo rettilineo indefinitamente lungo percorso dalla corrente I genera nel punto C un vettore induzione magnetica in accordo alle legge di Biot-Savart

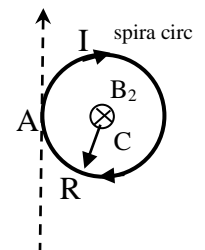
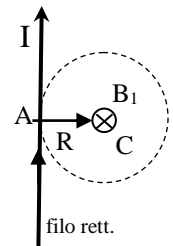
$$B_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

Una spira circolare percorsa dalla corrente I genera nel suo centro C un vettore induzione magnetica equiverso al precedente

$$B_2 = \frac{\mu_o I}{2R}$$

Il vettore induzione complessivo è $B_{tot} = \frac{\mu_o I}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right)$

da cui il raggio $R = \frac{\mu_o I}{2B_{tot}} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right) = 5\text{cm}$

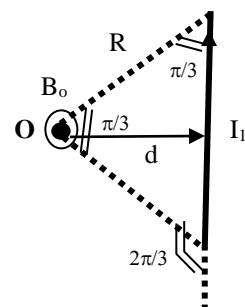


3. Induzione magnetica generata da un lato esagonale

Il contributo di induzione magnetica di un tratto rettilineo è

$$B_o^{filo} = \int dB_o^{filo} = \frac{\mu_o I}{4\pi d} (\cos \beta - \cos \alpha)$$

Nel caso il tratto sia un lato dell'esagono, $\alpha = 2\pi/3$, $\beta = \pi/3$



il contributo nel punto O vale $B_o^{lato} = \frac{\mu_o I_1}{4\pi R \sin(\pi/3)} [\cos(\pi/3) - \cos(2\pi/3)] = \frac{\mu_o I_1}{2\sqrt{3}\pi R}$

Poiché ognuno dei 6 lati contribuisce in egual misura si ha $B_o^{esagono} = 6B_o^{lato} = \sqrt{3} \frac{\mu_o I_1}{\pi R}$

Come noto invece la spira circolare genera un vettore induzione $B_o^{cerchio} = \frac{\mu_o I_2}{2R}$ in senso opposto

La condizione di annullamento dei due campi nel centro O implica che

$$B_o^{cerchio} = B_o^{esagono} \quad \text{da cui} \quad I_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_1 = 3.31 \text{ mA}$$

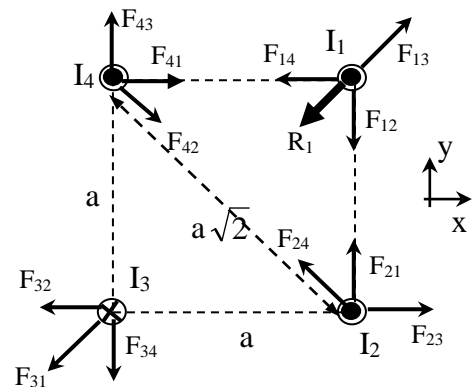
4. Forze per unità di lunghezza agenti sul filo n.1

lungo x $\frac{dF_{14,x}}{dl} = -\frac{\mu_o I_1 I_4}{2\pi a}, \quad \frac{dF_{13,x}}{dl} = +\frac{\mu_o I_1 I_3}{2\pi a \sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

con risultante $\frac{dR_{1,x}}{dl} = +\frac{\mu_o I_1 (I_3 - 2I_4)}{4\pi a} = -8 \cdot 10^{-10} \text{ N/m}$

lungo y $\frac{dF_{12,y}}{dl} = -\frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}, \quad \frac{dF_{13,y}}{dl} = +\frac{\mu_o I_1 I_3}{2\pi a \sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

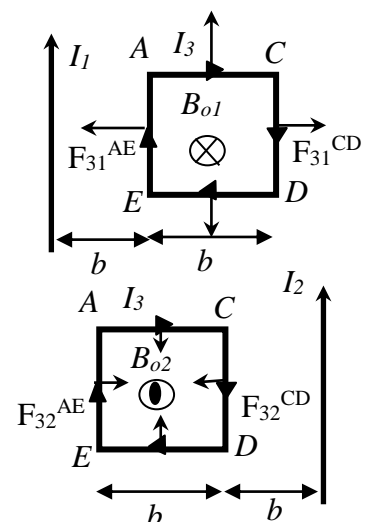
con risultante $\frac{dR_{1,y}}{dl} = +\frac{\mu_o I_1 (I_3 - 2I_2)}{4\pi a} = -8 \cdot 10^{-10} \text{ N/m}$



La forza per unità di lunghezza risultante sarà quindi $\frac{dR_1}{dl} = \sqrt{\left(\frac{dR_{1,x}}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dR_{1,y}}{dl}\right)^2} = 1.1 \cdot 10^{-9} \text{ N/m}$

5. La spira rettangolare ACDE è sottoposta a forze magnetiche interne ed esterne. Le forze magnetiche interne dovute al campo magnetico da essa stessa generato hanno risultante nulla e quindi nel caso di una spira rigida non danno alcun effetto. Le forze magnetiche esterne sono quelle dovute ai campi magnetici B_{o1} generato dalla corrente I_1 e B_{o2} dalla I_2 . Tali forze esterne sono descritte in generale dalla 2ª formula di Laplace $\vec{F} = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = I_3 \int d\vec{l}_3 \times \vec{B}_{o1} + I_3 \int d\vec{l}_3 \times \vec{B}_{o2}$. Calcoliamo prima la forza \vec{F}_{31} che può pensarsi come somma la risultante delle 4 forze agenti sui 4 lati della

spira rettangolar. Le 2 forze sui due lati AC ed ED sono uguali ed opposte e non danno alcun effetto, mentre sul lato AE c'è una forza attrattiva di valore



$F_{31}^{AE} = B_{o1}I_3a = \frac{\mu_o}{2\pi b}I_1I_3a$ maggiore della forza repulsiva sul lato CD che

$$\text{vale } F_{31}^{CD} = B_{o1}I_3a = \frac{\mu_o}{4\pi b}I_1I_3a = \frac{F_{31}^{AE}}{2}.$$

La risultante $F_{31} = \frac{\mu_o I_1 I_3 a}{4\pi b}$ è quindi attrattiva verso il primo filo. Ragionamento analogo deve essere fatto per trovare la forza risultante \vec{F}_{32} , dove le forze che non compensate sono sul lato CD

$F_{32}^{CD} = B_{o2}I_3a = \frac{\mu_o}{2\pi b}I_2I_3a$ repulsiva e doppia rispetto a quella attrattiva sul lato AE

$F_{32}^{AE} = B_{o2}I_3a = \frac{\mu_o}{4\pi b}I_2I_3a$. La risultante $F_{32} = \frac{\mu_o I_2 I_3 a}{4\pi b}$ è quindi repulsiva ed ha lo stesso verso della F_{31} . La risultante totale è quindi diretta verso il primo filo con intensità

$$F_3 = \frac{\mu_o a}{4\pi b}(I_1 I_3 + I_2 I_3)$$