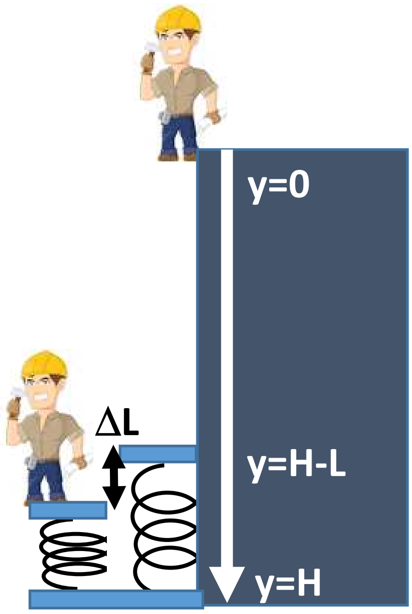
FISICA APPLICATA

A.A. 2016-2017

Testo e Soluzioni del 1°appello del 20 Dicembre 2016

PROBLEMI DI MECCANICA

1. Text. Un operaio di 70 kg lavora su una impalcatura a 20 metri dal suolo. Dopo aver messo un piede in fallo l'operaio cade in verticale. Fortunatamente a 2 metri dal suolo è posizionata una rete elastica di protezione di costante elastica k=20000 N/m.
Determinare:
a) dopo quanti secondi raggiunge la rete
b) a quale velocità urta sulla rete elastica
c) di quanti centimetri si abbassa la rete quando l'operaio è sulla rete



1. Sol. Le equazioni del moto uniformemente accelerato sono le seguenti:

$$\begin{cases} a(t) = g \\ v(t) = g \cdot t \\ y(t) = \dfrac{g}{2} \cdot t^2 \end{cases}$$ dove l'asse delle y è orientato verso il basso, cosicché a=g.

Il tempo di volo si calcola dalla terza equazione $y(t) = \dfrac{gt^2}{2} = H - L$ da cui

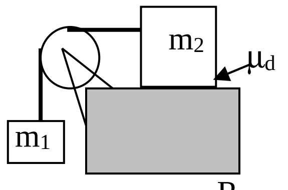
a) il tempo di volo $t = \sqrt{\dfrac{2(H-L)}{g}} =$ **1.92 s**

b) la velocità di impatto $v_{fin} = g * t = \sqrt{2g(H-L)} = \sqrt{2 \cdot (9.8\, m/s^2) 18m} =$ **18.8 m/s = 67.6 km/h**

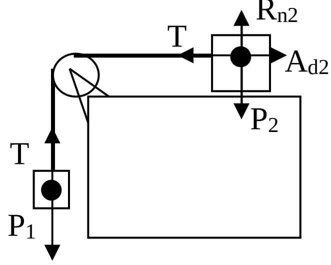
Per calcolare l'abbassamento ΔL della rete elastica basta imporre la trasformazione dell'energia cinetica del lavoratore nel momento che tocca la rete in energia potenziale elastica nel momento di massima compressione della rete $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}k\Delta L^2$ da cui $\Delta L = v\sqrt{\dfrac{m}{k}} =$ **35.5 cm**

In realtà nel momento in cui l'operaio tocca la rete c'è anche una piccolo contributo di energia potenziale della forza peso ed il bilancio energetico è più complicato $\dfrac{1}{2}mv^2 + mg\Delta L = \dfrac{1}{2}k\Delta L^2$

per cui la vera soluzione è $\Delta L = \dfrac{mg}{k} + \sqrt{\left(\dfrac{mg}{k}\right)^2 + \dfrac{m}{k}v^2} =$ **39 cm**



2 Text. Un blocco di massa m_1=10 kg è legato tramite una fune ed una puleggia ad un blocco di massa m_2=5 kg posto su di un piano orizzontale (vedi figura). Il coefficiente di attrito dinamico fra il secondo blocco ed il piano orizzontale è μ_d=0.2. Determinare la accelerazione del sistema e la tensione della fune.



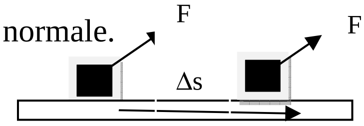
2 Sol. La prima massa è soggetta alla forza peso $P_1=m_1g$ e alla tensione della fune T che la sostiene parzialmente. Dal II principio si ottiene:
P_1-T =m_1a (*a* è l'accelerazione di caduta)

Sulla seconda massa agiscono 4 forze da scomporre lungo la verticale e l'orizzontale:
in verticale : $\mathbf{R_{n2}=P_2=m_2g}$ (la forza peso P_2 e la reazione normale R_{n2} si equilibrano)
in orizzontale : $\mathbf{T-A_{d2}=m_2a}$ (la tensione della fune T è diretta lungo l'asse del moto ed è maggiore dell'attrito dinamico $A_{d2}=\mu_d R_{n2}=\mu_d m_2 g$ che tende a contrastare il moto)

eliminando la tensione T dalle equazioni $\mathbf{P_1-T=m_1a}$ e $\mathbf{T-A_{d2}=m_2a}$ si ottiene:
$\mathbf{P_1-A_{d2}=(m_1+m_2)a}$ da cui $a=\dfrac{P_1-A_{d2}}{m_1+m_2}=\dfrac{m_1g-\mu_d m_2 g}{m_1+m_2}=g\dfrac{m_1-\mu_d m_2}{m_1+m_2}=\mathbf{5.88\ m/s^2}$

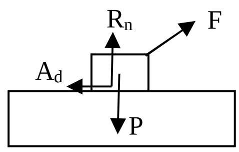
Nota **a,** e combinata nelle Eq, si ottiene la tensione della fune $T=(1+\mu_d)\dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}g=39.2N$.

3 Text. Una cassa di 10 kg inizialmente ferma, viene spostata di 20 m applicando una forza costante di 50 N inclinata di 20° rispetto all'orizzontale. Sapendo che la forza di attrito che nasce durante lo strisciamento è caratterizzata da un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d=0.1$, determinare
a) l'accelerazione cui è soggetto il blocco.
b) i lavori compiuti dalla forza F, dall'attrito, dalla forza peso e dalla reazione normale.
c) la velocità che acquista la cassa alla fine del tragitto.



3 Sol. Scomponendo le 4 forze agenti lungo l'asse verticale z, e l'asse del moto x

$$\begin{aligned} z)&\ \begin{cases} R_n-P+Fsen\alpha=0 \\ F\cos\alpha-A_d=ma \end{cases} \\ x)& \end{aligned} \quad \text{da cui le forze} \quad \begin{cases} F=50N \\ P=mg=98N \\ R_n=mg-Fsen\alpha=80.9N \\ A_d=\mu_d R_n=8.1N \end{cases}$$



a) L'accelerazione vale $a=\dfrac{F\cos\alpha-A_d}{m}=\mathbf{3.89\ m/s^2}$

b) I lavori compiuti dalle 4 forze sono : $\begin{cases} L_F=F\Delta s\cos\alpha=940J \\ L_P=P\Delta s\cos 90°=0J \\ L_{Rn}=R_n\Delta s\cos 90°=0J \\ L_{Ad}=A_d\Delta s\cos 180°=-162J \end{cases}$ con un totale L_{tot}=**778 J**

c) Dal teorema del lavoro e dell'energia cinetica : $K_2-K_1=L_{tot}$ ove inizialmente $K_1=0$

quindi $\dfrac{1}{2}mv_{fin}^2=L_{tot}$ da cui la velocità finale diviene $v_{fin}=\sqrt{2L_{tot}/m}=\mathbf{12.5\ m/s}$

Alternativamente dal valore della accelerazione e dello spazio percorso $v_{fin}=\sqrt{2a\cdot\Delta s}=\mathbf{12.5\ m/s}$

Domande orali

1a) Sommare i due vettori $\vec{A}=3\hat{i}+4\hat{j}$ e $\hat{B}=-2\hat{i}-3\hat{j}$ calcolando, il modulo della risultante, l'angolo di inclinazione rispetto all'asse x, e le due componenti lungo x e d y.

$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=\left(3\hat{i}+4\hat{j}\right)+\left(-2\hat{i}-3\hat{j}\right)=(3-2)\hat{i}+(4-3)\hat{j}=\hat{i}+\hat{j}$$

Componenti $\begin{cases} R_x=1 \\ R_y=1 \end{cases}$ Modulo e inclinazione $\begin{cases} R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{2} \\ \alpha=\arctan\left(R_y/R_x\right)=\arctan(1)=45° \end{cases}$

1b) Moltiplicare scalarmente i vettori $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ e $\hat{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$

$$\left(3\hat{i} + 4\hat{j}\right)\bullet\left(4\hat{i} + 3\hat{j}\right) = 3\cdot 4\cdot \hat{i}\cdot\hat{i} + 4\cdot 3\cdot\hat{j}\cdot\hat{j} = 3\cdot 4 + 4\cdot 3 = 24$$

2. Indicare le equazioni dimensionali dell'impulso e la sua unità di misura.

L'impulso di una forza si ottiene integrando la forza nel tempo. L'espressione integrale si semplifica nel caso la forza possa essere considerata costante nell'intervallo di tempo Δt : $\vec{I} = \int \vec{F}dt = \vec{F}\Delta t$

Le equazioni dimensionali si ottengono come segue :

$[I] = [F][T] = [L, M, T^{-2}][T] = [L, M, T^{-1}]$ mentre l'unità di misura corrispondente è: **kg m / s**

3. Dimostrare il teorema del lavoro e dell'energia cinetica:

$$L_{tot} = \vec{F}_{tot}\cdot\Delta\vec{s} = (m\vec{a})\cdot(\vec{v}\Delta t) = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\cdot\vec{v}\Delta t = m\Delta\vec{v}\cdot\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\cdot\left(\frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2}\right) = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = K_2 - K_1$$

dove alla velocità è stato sostituito il valor medio $\vec{v} = \vec{v}_{media} = \left(\frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2}\right)$