2° ESERCITAZIONE – mercoledì 3 ottobre 2018 (e altri esercizi di elettrostatica)

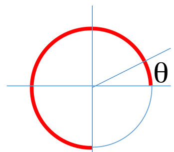
1) Un protone ($m = 1{,}7\ 10^{-27}$ kg; $q = e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C) entra con velocità pari a c/10 in una regione di spazio vuoto profonda d = 10 cm in cui incontra un campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita nell'ipotesi che sia E = 3 MV/m. {$c = 3\ 10^{8}$ m/s}
>>> soluzione: $3{,}14\ 10^{-2}$ rad = 1,8°

2) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità λ = 1 nC/m. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza h = 1,4 cm.

{potrebbero essere utili $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$}
>>> soluzione: E = 0,9 kV/m

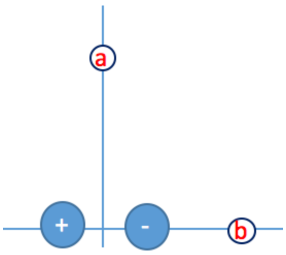
3) Una spira circolare isolante di raggio R ha una densità di carica uniforme λ. Lungo l'asse della spira viene posta una bacchetta lunga L anch'essa uniformemente carica (stessa λ). Determinare la forza che agisce tra i due elementi quando un'estremità della bacchetta è nel piano che contiene la spira.
>>> soluzione: $\lambda^2 R/2\varepsilon_0\ [1/R-1/(R^2+L^2)^{1/2}]$

4) Una carica statica nel vuoto è distribuita nel piano XY su un arco di circonferenza di raggio R con densità lineare $\lambda = \lambda_0 \sin\theta$ dove $0 < \theta < 3/2\ \pi$. Calcolare:



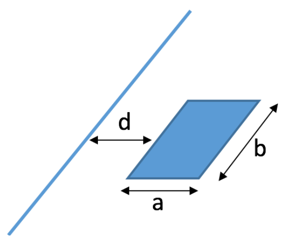
a) la componente E_{xy} del campo elettrico nel centro circonferenza
b) la componente E_z del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.
>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = \lambda_0/4\pi\varepsilon_0 R\ [(-1/2)^2+(-3/4\ \pi)^2]^{1/2}$ b) $E_z(0,0,z) = \lambda_0 R/4\pi\varepsilon_0\ \ z/(z^2+R^2)^{1/2}$

E, sapendo che a distanza r da un filo indefinito uniformemente carico con densità λ il campo elettrostatico è radiale e di intensità $E(r) = \lambda/(2\pi\ \varepsilon_0\ r)$

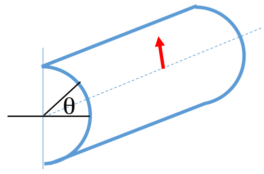


5) Date due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica λ_1 = +4 μC/m e λ_2 = -4 μC/m poste parallelamente a distanza 2δ = 2 cm, determinare il campo elettrico:
a) in un punto posto a distanza d = 6 cm dal piano contenente le due cariche filiformi e situato simmetricamente rispetto ad esse
b) in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a d = 7 cm da λ_1 (e 5 cm da λ_2).
>>> soluzione: a) 0,39 MV/m; b) 0,41 MV/m

6) Su un piano vengono disposti un lungo segmento sottile su cui è distribuita una carica elettrica con densità λ = 1 μC/m e, a distanza d = 2 cm, una lamina rettangolare di dimensioni a = 3 cm e b = 4 su cui è presente una densità di carica superficiale σ = 1 nC/m^2. Determinare la forza agente sulla lamina.
>>> soluzione: 0,66 μN

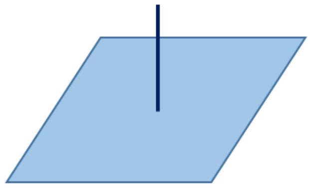


7) Su una superficie semicilindrica infinitamente lunga di raggio R = 1 mm è distribuita una carica positiva con densità $\sigma = \sigma_0 \sin^2\theta$. Determinare il valore del campo elettrico in un punto dell'asse della figura (σ_0 = 10 nC/m^2).
{suggerimento: suddividere la superficie in fili carichi paralleli all'asse}
>>> soluzione: E = 120 V/m

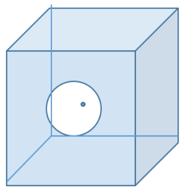


E, utilizzando il teorema di Gauss:

8) Calcolare il valore del flusso del campo elettrico generato da una carica q = 1 nC attraverso una superficie quadrata di lato L = 42 mm. La carica è posta a distanza L/2 sull'asse passante per il centro del quadrato.
{suggerimento: considerare il cubo che si otterrebbe con 6 di questi quadrati}
>>> soluzione: 18 Vm



9) Il campo elettrico in un punto dell'asse di un disco di raggio R, con densità di carica uniforme σ, a distanza z dal piano del disco vale $E_z(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+(R/z)^2}}\right)$.
Utilizzare tale relazione per calcolare il valore del campo elettrico al centro di una superficie cubica di lato L con la stessa densità di carica σ e forata circolarmente (R = L/4) al centro di una delle 6 superfici.
{Suggerimento: se non ci fosse il foro, data la simmetria… inoltre il campo elettrico è additivo…}
>>> soluzione: $\sigma/2\varepsilon_0\,(1-2/\sqrt{5})$



10) Atomo di idrogeno: ricavare, e graficare approssimativamente, l'andamento $E_r(r)$ della componente radiale del campo elettrico generato da una carica positiva puntiforme q+ = e circondata da una carica negativa di valore complessivo q- = -e distribuita uniformemente su una superficie sferica di raggio R = 0,05 nm centrata intorno alla carica positiva.
Determinare il valore massimo dell'intensità del campo elettrico e la sua localizzazione.

11) In un guscio sferico (raggio interno a; raggio esterno b) è distribuita una carica con densità non uniforme $\rho = A/r$. Al centro della cavità c'è una carica puntiforme Q. Quanto deve valere A se nel guscio il campo elettrico ha intensità costante?
>>> soluzione non banale: portare i calcoli fino in fondo $A = Q/(2\pi a^2)$

ULTERIORI SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO
1) $tg\theta = v_y(t^*)/v_x(t^*) = qE/m\ d/v_x^2$ con t* istante di uscita dalla zona con campo: $t^* = d/v_x$
2) $E^2 = \lambda/4\pi\varepsilon_0\ \ 1/h\ [(-1)^2+(+1)^2]$
3) determinare $E(0,0,z) = \lambda R/2\varepsilon_0\ \ z/(z^2+R^2)^{3/2}$ e integrare, per 0 < z < L, la forza agente su un elemento dz della barretta: $dF = E(z)\ \lambda\ dz$
5) $|\lambda_1|=|\lambda_2|=\lambda$ a) $\lambda\delta/[\pi\varepsilon_0(d^2+\delta^2)]$ b) $\lambda\delta/[\pi\varepsilon_0(d^2-\delta^2)]$
6) $dF = dq\ E = \sigma\ dx\ dy\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 x)$ $d<x<d+a;\ 0<y<b$
7) $\lambda = \sigma\ R\ d\theta = \sigma_0 \sin^2\theta\ R\ d\theta \rightarrow Ex = -\ \sigma_0/3\pi\varepsilon_0$
8) $\phi = q/6\varepsilon_0$
9) al centro del cubo, il campo elettrico generato dal cubo forato, sommato al campo generato dal disco, è nullo
11) $[Q+\int_{a\rightarrow r}4\pi r'^2 dr']/4\pi\varepsilon_0 r^2=[Q+2\pi A(r^2-a^2)]/4\pi\varepsilon_0 r^2=Q/4\pi\varepsilon_0 r^2+A/2\varepsilon_0-2\pi A a^2/4\pi\varepsilon_0 r^2=\text{cost} \rightarrow Q = 2\pi A a^2$