

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

I Appello 18 Gennaio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Nel vuoto, su una superficie sferica di raggio a , e' uniformemente distribuita una carica elettrica con densita' σ . Altra carica elettrica e' uniformemente distribuita in tutto il volume interno alla superficie sferica, con densita' $\rho = -3\sigma/a$. Si calcoli l'espressione del potenziale elettrostatico $V(r)$ in tutto lo spazio, ponendo $V(\infty) = 0$.

2) Una corrente stazionaria scorre in un nastro conduttore, largo d e indefinitamente lungo. Essa e' descritta da un campo densita' di corrente superficiale non uniforme $J_s = J_{s0}(1 + hx)$, con $0 < x < d$ e h costante. Il nastro e' immerso in un campo d'induzione magnetica $\mathbf{B}$ stazionario e uniforme, perpendicolare al suo piano. Calcolare l'espressione della forza $\mathbf{F}$ cui e' sottoposta la corrente, per un tratto di lunghezza l del nastro, indicandone direzione e verso e verificandone le dimensioni.

3) Nel circuito in figura, nel quale e' trascurabile la resistenza interna del generatore, a partire dalla situazione di regime con l'interruttore T aperto, a un certo istante viene chiuso T . Ricavare l'espressione dell'energia U_{gen} erogata dal generatore dalla chiusura dell'interruttore al raggiungimento della nuova condizione di equilibrio.

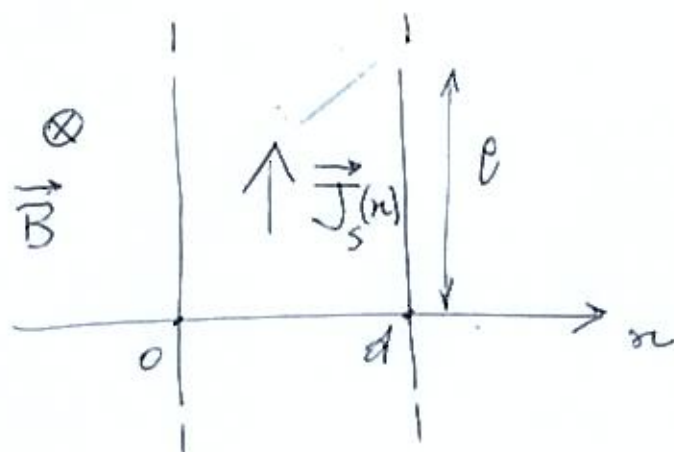
4) Un solenoide ideale di raggio a e densita' d'avvolgimento n e' percorso dalla corrente lentamente variabile nel tempo $i(t) = I(1 - e^{-t/\tau})$ a partire dal tempo $t = 0$. All'esterno del solenoide, in aria, e' posto un filo conduttore semicircolare, di raggio $2a$, coassiale al solenoide. Calcolare l'espressione della differenza di potenziale $V_A - V_B$ che nasce tra le estremita' A e B del filo e se ne verifichi il segno.

5) In un dato sistema di riferimento cartesiano un'onda elettromagnetica piana in aria lungo l'asse x , e' linearmente polarizzata lungo l'asse y , ha frequenza $\nu = 10^8 \text{ Hz}$ e intensita' $I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$. L'onda interagisce con una spira circolare d'area $A = 10^{-2} \text{ m}^2$, di centro nell'origine e angolo $\alpha = 60^\circ$ tra normale e asse z . Scrivete un'espressione dei campi dell'onda e calcolate la forza elettromotrice efficace f_{eff} indotta nella stessa spira, considerando la situazione quasi stazionaria e trascurando l'autoinduzione.

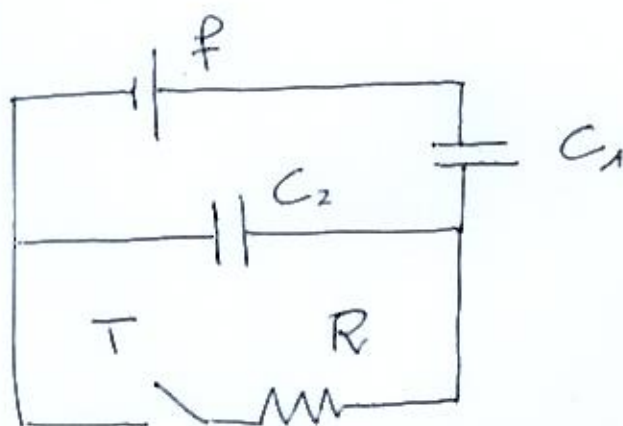
1



2



3



4



Solution: scitt. 18 / Genovs / 2016

①

Symmetrie + Gauss

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(r)}{r^2}$$

$$r < a: Q(r) = -\frac{3\epsilon}{a} \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\vec{E}_2(r) = -\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \frac{r}{a}$$

$$r > a: Q(r) = 0$$

$$\vec{E}_2(r) = 0$$

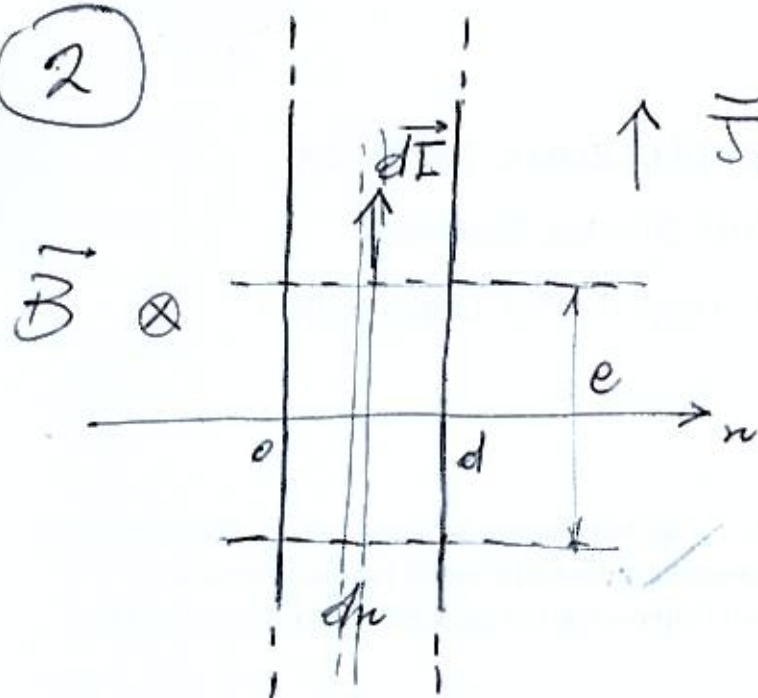
$$\Rightarrow \text{Per. l. potenziale: } V(r) = V(\infty) + \int_r^\infty \vec{E}_2 dz'$$

$$r > a \quad V(r) = V(\infty) = 0$$

$$r \leq a \quad V(r) = V(a) - \int_r^a \frac{\epsilon}{\epsilon_0 a} r' dr'$$

$$V(r) = -\frac{\epsilon}{2\epsilon_0 a} (a^2 - r^2)$$

2



$$\vec{J}_s = \vec{J}_{s0}(1 + hn), \quad 0 \leq n \leq d;$$

$$\underline{\underline{d\vec{I} = \vec{J}_s dn}}$$

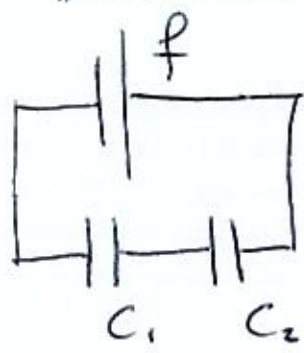
$$d\vec{F} = dI \vec{e} \times \vec{B}$$

$$dF_n = -dI e B = -J_s dn e B$$

$$F_n = -J_{s0} e B \int_0^d (1 + hn) dn = -J_{s0} e B \left(d + h \frac{d^2}{2} \right)$$

3

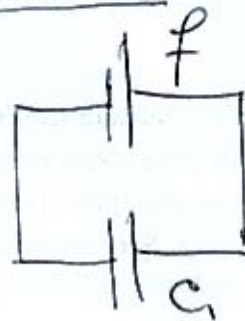
Iniziale



$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$q_{in} = C_{eq} f$$

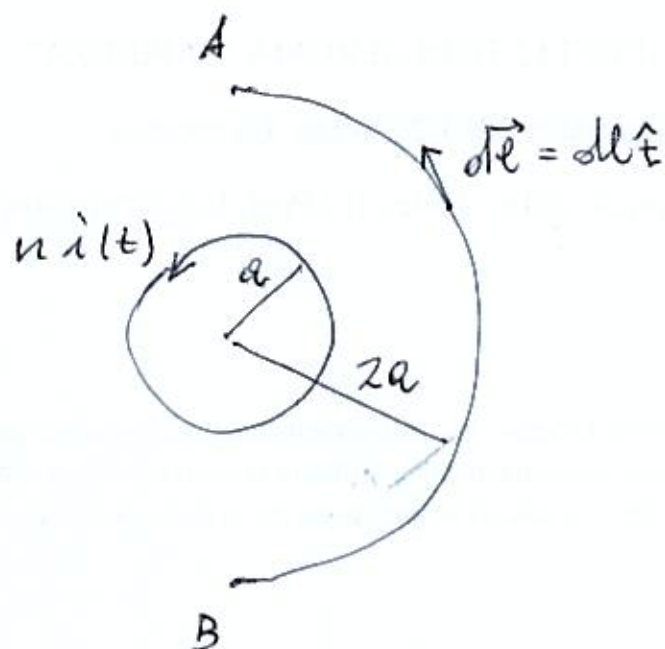
Finale



$$q_{fin} = C_1 f$$

$$U_{gan} = f \Delta q = f (q_{fin} - q_{in}) = f (C_1 f - C_{eq} f) = f^2 \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}$$

4



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_t \cdot 2\pi r = - \frac{d\Phi}{dt} =$$

Symmetric

$$= - \frac{dB}{dt} \pi a^2 = - \pi a^2 \frac{d}{dt} [\mu_0 n i(t)] =$$

$$= - \pi a^2 \mu_0 n I (-e^{-t/\tau}) \left(-\frac{1}{\tau}\right) =$$

$$= - \frac{\mu_0 n I \pi a^2}{\tau} e^{-t/\tau}$$

For $r = 2a \Rightarrow E_t = - \frac{\mu_0 n I a}{2\tau} e^{-t/\tau}$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_t \cdot d\vec{l} = E_t \cdot \pi 2a =$$

$$= - \frac{\mu_0 n I \pi a^2}{2\tau} e^{-t/\tau}$$

5

$$P_{\text{eff}} = \frac{d\Phi_{\text{eff}}}{dt} = A \cos \alpha \left(\frac{dB}{dt} \right)_{\text{eff}} =$$

$$= A \cos \alpha \omega B_{\text{eff}} = \frac{A \cos \alpha 2\pi V E_{\text{eff}}}{c} =$$

$$= \frac{A \cos \alpha 2\pi V \sqrt{I Z_0}}{c}$$

$$\vec{B} = B \hat{z} = B_0 \cos(\omega t) \hat{z} = \left(\frac{E_0}{c} \right) \cos(\omega t) \hat{z}$$

avendo posto la spina nell'origine
e ricordate che:

$$I = \frac{E_0^2}{2Z} = \frac{E_{\text{eff}}^2}{Z}$$

$$P_{\text{eff}} \approx \frac{10^{-2} \pi \cdot 10^8 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{3 \cdot 10^8} \approx 200 \mu V$$

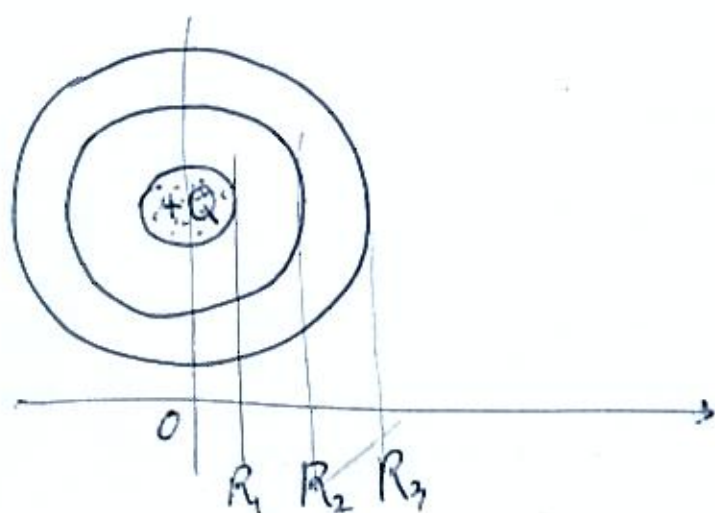
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

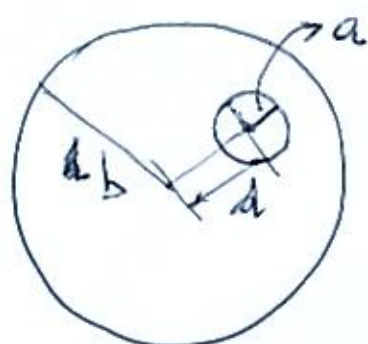
II Appello 16 Febbraio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Una sfera dielettrica di raggio R_1 uniformemente carica (carica totale Q) viene posta al centro di un guscio sferico metallico di raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 inizialmente scarico. Calcolare il potenziale elettrico prodotto dal sistema in ogni punto dello spazio.
- 2) Un foro eccentrico di raggio $a=2$ cm e' praticato parallelamente all'asse di un cilindro conduttore di raggio $b=10$ cm. I due assi distano $d=5$ cm fra loro. Una corrente $I=9.6\pi$ A passa nel cilindro con densita' uniforme entro il conduttore. Calcolare il campo magnetico al centro del foro.
- 3) Un nucleo di ferrite con permeabilita' costante $\mu_r \gg 1$, di sezione d'area S e lunghezza $l \ll \sqrt{S}$, e' concatenato con un circuito di resistenza R ove e' inserito un condensatore C . Sul nucleo sono avvolte N spire percorse da una corrente che nell'intervallo temporale $0-T$ passa dal valore nullo a uno costante con andamento lineare $i(t)=kt$. Si calcoli l'espressione del potenziale $V(t)$ nel punto A , per $0 < t < T$, in situazione quasi stazionaria, tenendo conto del segno a partire dal verso indicato per $i(t)$. Si disegni l'andamento qualitativo di $V(t)$, anche per $t > T$, assumendo $RC \approx T$.
- 4) Una spira circolare rigida di raggio $r=10$ cm e' costituita da un filo di rame (resistivita' $\rho=1.7 \cdot 10^{-8}$ Ωm) di sezione $S=0.5$ mm² ed e' immersa in un campo $B=1$ T, uniforme e normale al piano della spira. Il campo B viene poi rapidamente portato a zero. Calcolare la carica elettrica che fluisce nella spira durante il processo transitorio descritto.
- 5) Due onde piane di uguale lunghezza d'onda $\lambda=10$ cm e uguale intensita' $I=0.1$ W/m², si propagano in verso opposto lungo l'asse x . Inoltre tutte e due le onde hanno fase nulla e sono polarizzate linearmente con il campo elettrico che oscilla lungo l'asse y . Calcolare l'ampiezza massima della densita' della corrente di spostamento nel punto $\mathbf{P}=(x_0, y_0, z_0)$ ($x_0=y_0=z_0=1$ m).

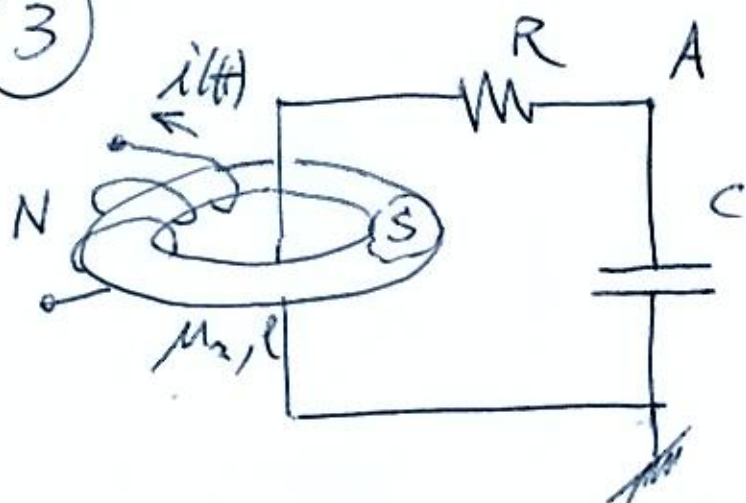
1



2



3



Solution

$$\textcircled{1} \quad r > R_3 \quad \vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$V(\vec{r}) = - \int_{\infty}^r \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} + V(\infty) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r = R_3 \quad V(R_3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

che vale in $R_3 \geq r \geq R_2$

$$R_1 < r < R_2$$

$$V(\vec{r}) = - \int_{R_2}^r \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} + V(R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$r = R_1 \Rightarrow V(R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$r < R_1 : \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^3} \vec{r}$$

$$V(\vec{r}) = - \int_{R_1}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^3} \vec{r} \cdot d\vec{l} + V(R_1) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R_1^3} (R_1^2 - r^2) + V(R_1)$$

②

Il campo può essere pensato
prodotto dalle due correnti

$$j = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \quad \text{in tutto il cilindro di raggio } b.$$

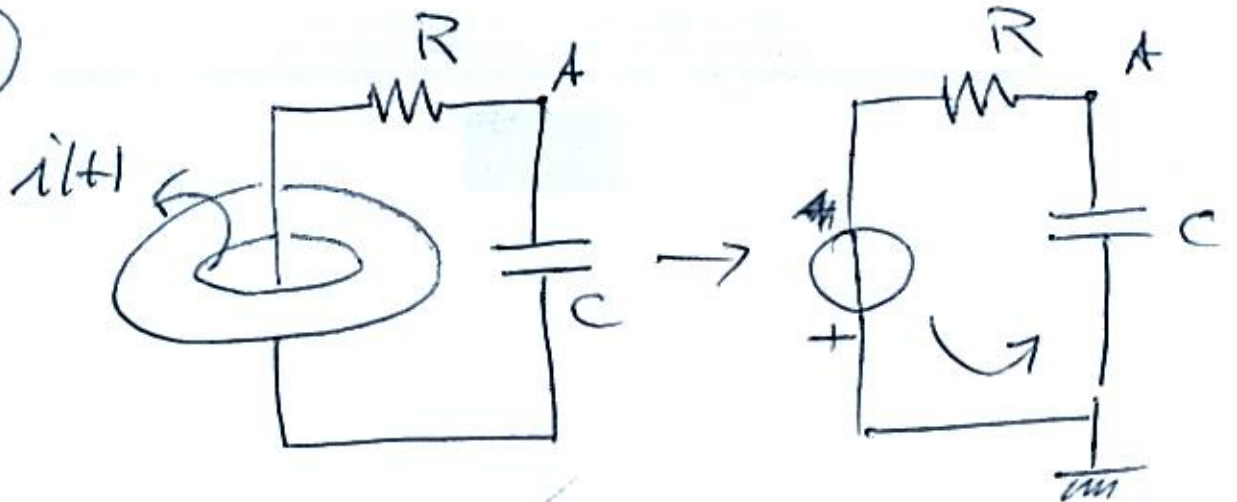
$$-j \quad \text{nel cilindro di raggio } a$$

Quindi al centro del foro si ha:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H 2\pi a = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \pi a^2$$

$$H = \frac{I a}{2\pi(b^2 - a^2)} = 25 \text{ A/m}$$

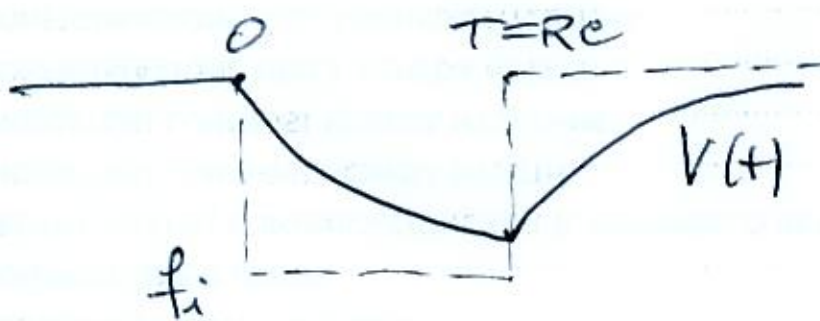
③



$$NI = \frac{l}{\mu S} \Phi \Rightarrow \Phi = \frac{\mu S NI}{l}$$

$$f_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \frac{\mu N^2 k t S}{l} = - \frac{\mu N^2 k S}{l}$$

$$V(t) = - \frac{\mu N^2 k S}{l} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



(4)

$$q = \int_0^{\infty} i dt = \int_0^{\infty} - \frac{d\Phi/dt}{R} = - \frac{1}{R} \int_{\Phi_{\text{initial}}}^{\Phi_{\text{final}}} d\Phi =$$

$$= - \frac{\Phi_{\text{final}} - \Phi_{\text{initial}}}{R} = \frac{\Phi_{\text{initial}}}{R}$$

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S} \rightarrow q = \frac{B\pi r^2}{2\rho\pi r} S = \frac{BrS}{2\rho} = 1.47 \text{ C}$$

$$\Phi_{\text{initial}} = B\pi r^2$$

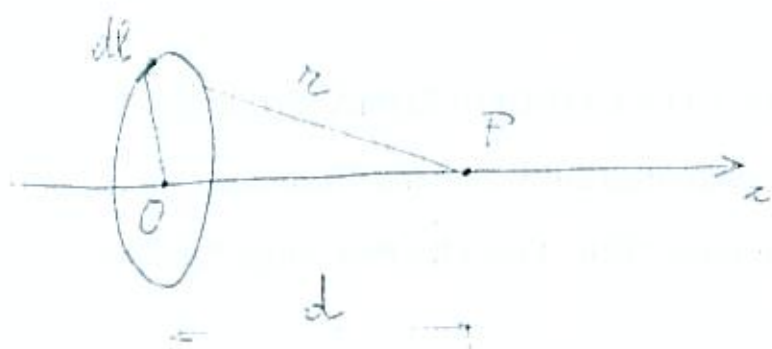
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

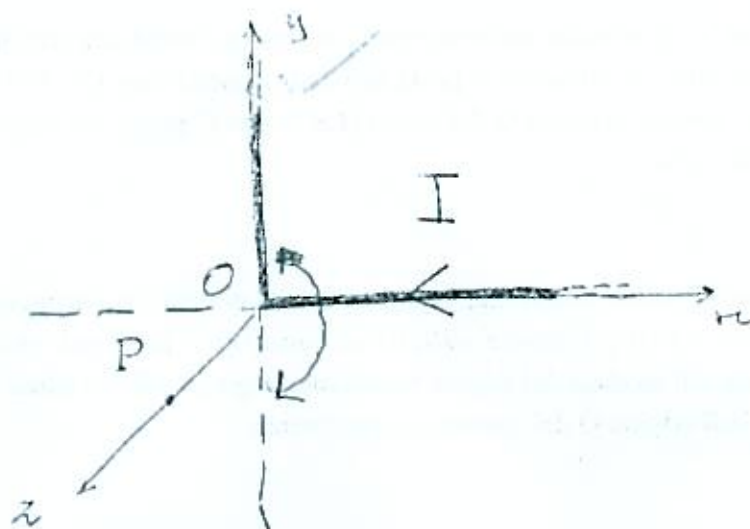
III Appello 15 Aprile 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Una carica $q=20 \text{ nC}$ e' distribuita uniformemente, nel vuoto, lungo una circonferenza di raggio $R=9 \text{ cm}$; al centro O della circonferenza e' posta una carica puntiforme $Q=-100 \text{ nC}$. Calcolare il lavoro necessario per portare la carica Q dal punto O al punto P , posto sull'asse della circonferenza a distanza $d=\sqrt{3}R$ da O .
- 2) Un filo conduttore di grande lunghezza, sagomato come mostrato in figura, e' percorso da una corrente stazionaria $I=2 \text{ A}$ (il cui verso e' indicato in figura) ed e' posto nel vuoto. Determinare le componenti cartesiane e il modulo del vettore induzione magnetica $\mathbf{B}$ nel punto P_1 posto sull'asse z a distanza $d=10 \text{ cm}$ dall'origine O del sistema di riferimento.
- 3) Il sistema di tre piastre conduttrici affacciate in aria, di area S e distanti $d \ll \sqrt{S}$ e $d/2$, collegate come in figura, e' in equilibrio quando il deviatore, al tempo $t=0$, cambia posizione. Si calcoli l'espressione del potenziale $V(t)$ nel punto A assumendo una situazione quasi stazionaria.
- 4) Il circuito in figura ha un tratto mobile imperniato in A e con un contatto strisciante in P , la cui distanza da O viene fatta oscillare nel tempo con legge $x(t)=x_0 \cos \omega t$, con ω costante. La distanza OA e' pari a l . Il circuito e' immerso in un campo magnetico $\mathbf{B}$ stazionario ed uniforme, perpendicolare al piano del circuito, che possiede una resistenza complessiva pari ad R . Si calcoli l'espressione della corrente indotta $I(t)$.
- 5) Un'onda piana sinusoidale, monocromatica di intensita' media $I_0=1 \text{ W/m}^2$ incide perpendicolarmente sulla superficie piana di un materiale isotropo ed omogeneo di costante dielettrica relativa $\epsilon_r=4$ e permeabilita' magnetica relativa $\mu_r=1$. L'intensita' riflessa dalla lastra e' $1/9$ dell'intensita' incidente. Calcolare il valore efficace del campo elettrico dell'onda all'interno del materiale.

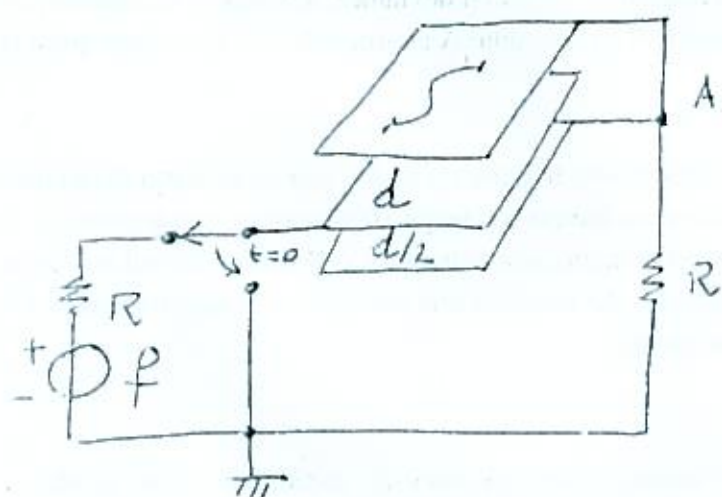
1.



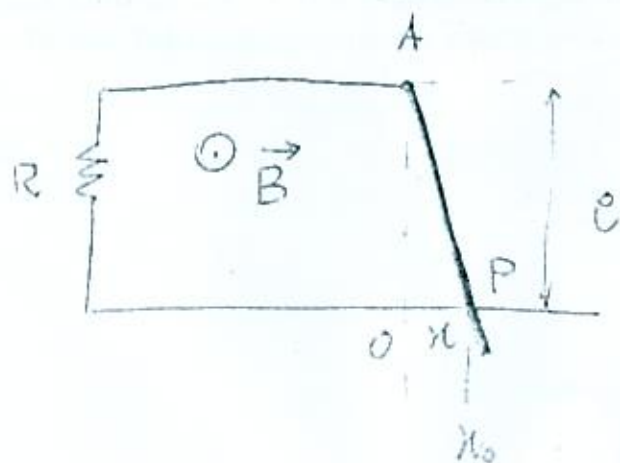
2.



3.



4.



①

$$L = Q [V(P) - V(O)]$$

$$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

$$V(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{cabo}} \frac{\lambda dl}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

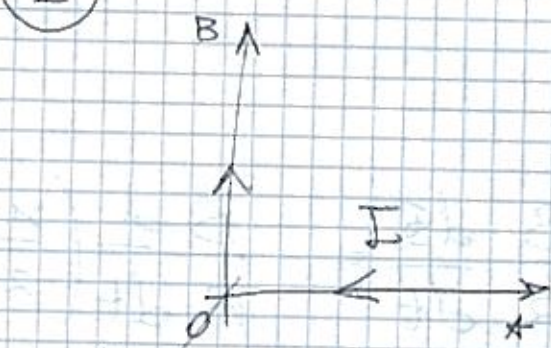
$$V(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R}$$

$$V(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$L = Q \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R} \right) = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{2R} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} \text{ J} = 100 \mu\text{J}$$

②



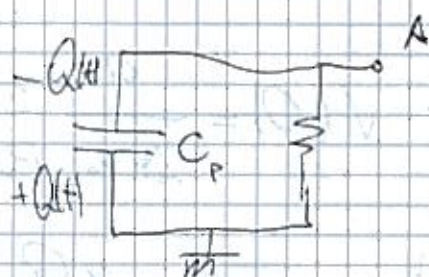
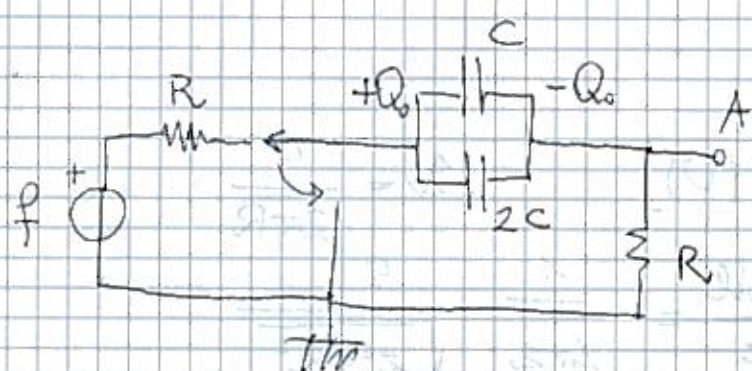
campo gerado de OA
campo gerado de OB

$$\left. \begin{array}{l} \text{campo gerado de OA} \\ \text{campo gerado de OB} \end{array} \right\} = \frac{\mu_0 I}{4\pi dl}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi dl} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T} \\ B_y = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T} \\ B_z = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow |B(P)| = \sqrt{2} B_x = 2,83 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

③



$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad C_p = C + 2C = 3\epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$V(t) = -\frac{Q(t)}{C_p} = -\frac{Q_0}{C_p} e^{-t/\tau} = -\frac{1}{3} e^{-t/\tau}$$

$$\tau = R \frac{3\epsilon_0 S}{d}$$

④

$$\begin{aligned} I(t) &= -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B}{R} \frac{dS}{dt} = -\frac{B}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi e}{2} \right) \\ &= -\frac{B \pi e n}{2R} \frac{d}{dt} = \frac{B \pi e n \omega}{2R} \sin \omega t \end{aligned}$$

5

Intensità media che entra nel materiale:

$$I_1 = I_0 \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9} I_0$$

$$I_1 = \frac{E_{eff}^2}{Z}$$

$$E_{eff} = \sqrt{I_1 Z} = \sqrt{\frac{8}{9} I_0 \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}}} =$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{I_0 Z_0} = 13 \text{ V/m}$$

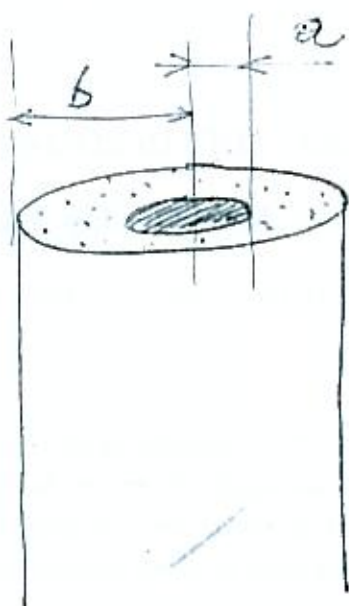
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

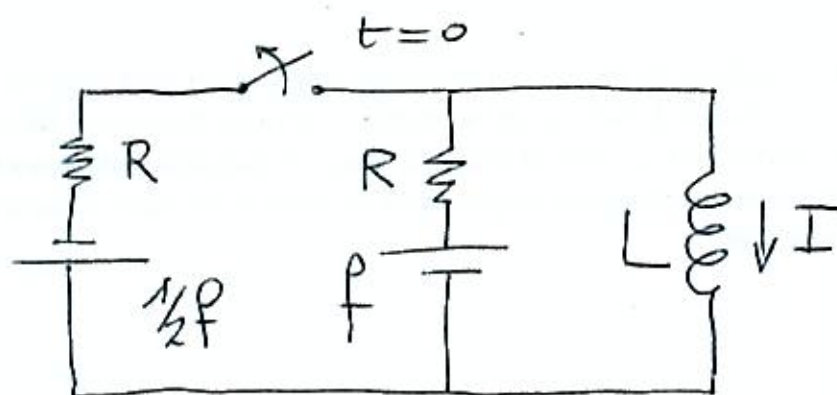
IV Appello 13 Giugno 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Un conduttore cilindrico di raggio $a=1\text{mm}$ e lunghezza $l=1\text{m}$ ($l \gg a$) e' rivestito da una guaina isolante ($\epsilon_r=2$) cilindrica di raggio interno a e raggio esterno $b=2a$. Sul conduttore viene depositata una carica $Q=1\mu\text{C}$. Calcolare la differenza di potenziale fra il centro del conduttore e un punto sulla superficie esterna della guaina. Inoltre, calcolare la carica presente sulla superficie esterna della guaina.
- 2) In un solenoide rettilineo, da pensarsi infinitamente lungo, con n spire per unita' di lunghezza, circola una corrente elettrica I . Sull'asse del solenoide si trova un filo conduttore indefinito, percorso da una corrente $I_f=I$. Le linee di forza del campo di induzione magnetica $\mathbf{B}_0$ all'interno del solenoide sono elicoidali. Si determini l'espressione del passo p dell'elica in funzione della distanza R dall'asse del solenoide.
- 3) Il circuito in figura e' a regime per $t < 0$. A $t=0$ l'interruttore viene aperto. Calcolare l'espressione della corrente nell'induttore per $t > 0$.
- 4) Un circuito elettrico ha la forma di un quadrato di lato $l=1\text{cm}$. Su due lati sono poste due resistenze uguali e su un terzo un generatore ideale f . La spira trasla con velocita' costante $v=10\text{cm/s}$ in una zona dove e' presente un campo uniforme di induzione magnetica, perpendicolare al circuito di intensita' 1 tesla. Quanto vale f se tra i vertici A e B non c'e' tensione?
- 5) Una sorgente luminosa e' costituita da un sottile tubo di lunghezza l . Essa irraggia uniformemente una potenza W . Uno schermo piano S e' posto parallelamente al tubo a distanza $h \ll l$. Calcolare l'espressione della densita' di potenza dW/dS incidente su S in un punto P a distanza d dalla proiezione della sorgente su S .

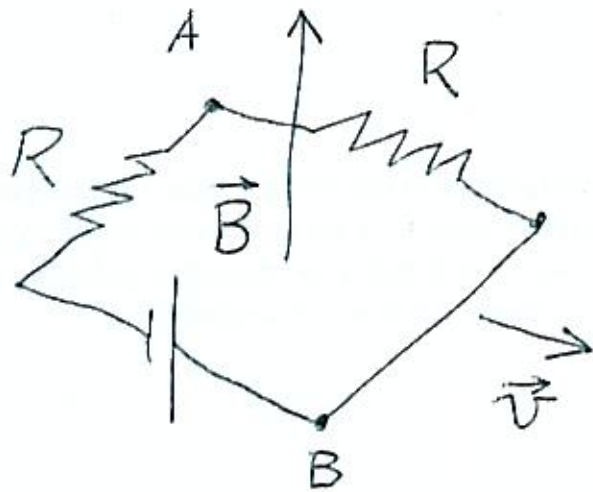
①



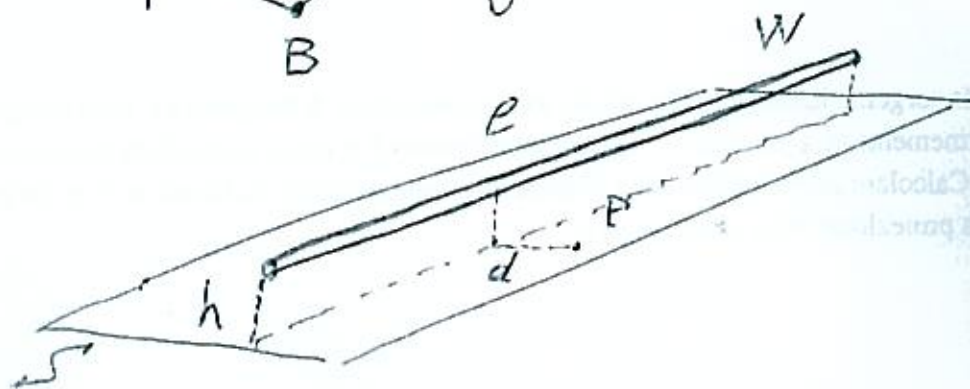
③



④

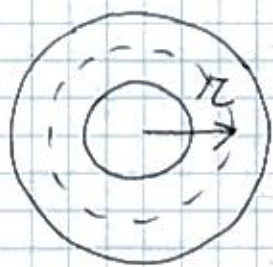


⑤



Soluzioni

①



$$\oint_S (\vec{D}) = Q \Rightarrow 2\pi r \ell D = Q$$

$$D = \frac{Q}{2\pi \ell r}$$

$$\Delta V = \int_a^{2a} E dz = \int_a^{2a} \frac{D}{\epsilon} dz = \frac{Q}{2\pi \epsilon \ell} \int_a^{2a} \frac{dz}{z} =$$

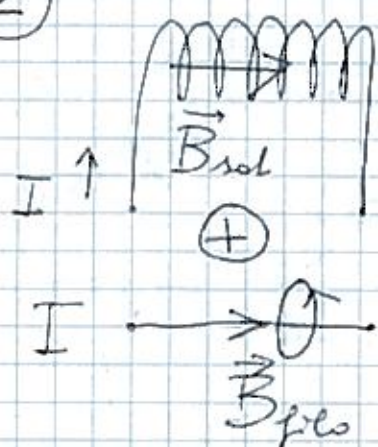
$$= \frac{Q}{2\pi \epsilon \ell} \cdot \ln 2 = 1,6 \text{ kV}$$

$$Q_{\text{ext}} = 2\pi (2a) \ell \sigma_p$$

$$\sigma_p = P = D \frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_2} = \frac{Q}{2\pi \ell (2a)} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_2} \right)$$

$$Q_{\text{ext}} = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon_2} \right) = 0,5 \mu\text{C}$$

②



$$B_{sol} = \mu_0 n I$$

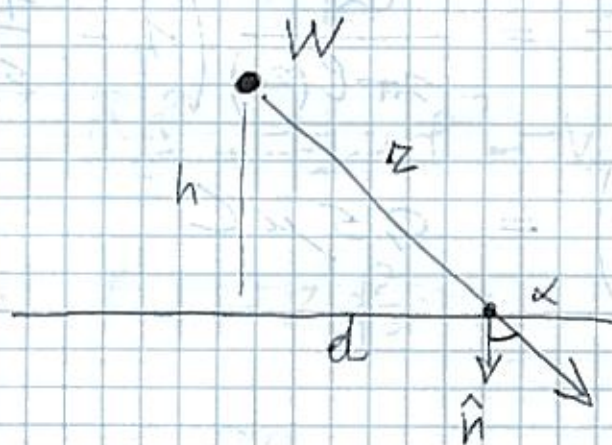
$$B_{fil} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$\vec{B}_{sol} + \vec{B}_{fil} :$

P (penna dell'elice)

$$\frac{B_{sol}}{B_{fil}} = \frac{P}{2\pi R} \Rightarrow P = 2\pi R \frac{B_{sol}}{B_{fil}} = 4\pi^2 n R^2$$

⑤



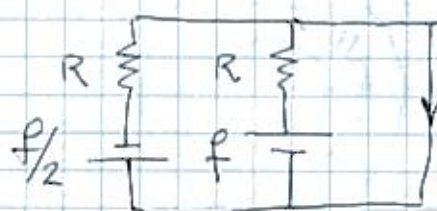
$\vec{I}$ (Vettore di Poynting)

$$\vec{I} \cdot d\vec{S} = dW \Rightarrow \frac{dW}{dS} = I \cos \alpha = \frac{W}{2\pi r l} \cdot \frac{h}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dS} = \frac{Wh}{2\pi l (h^2 + d^2)}$$

3

$t < 0$



$$I_0 = \frac{-\frac{1}{2}f}{R} + \frac{f}{R} = \frac{f}{2R}$$

$t \geq 0$



$$f - L \frac{dI}{dt} = RI$$

$\Downarrow$

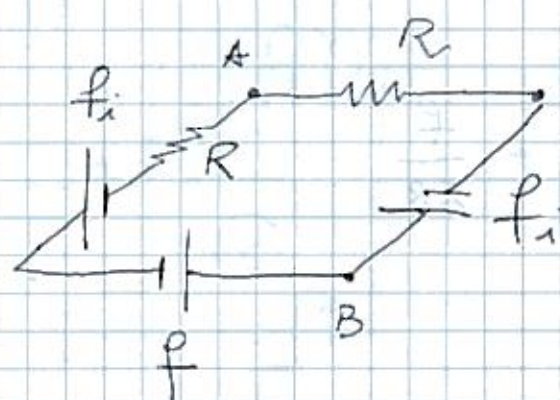
$$\frac{-dI}{\frac{f}{R} - I} = - \frac{dt}{L/R}$$

$\Downarrow$

$$\frac{f}{R} - I = K e^{-t/\tau} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{L}{R} \\ K = \frac{f}{R} - I_0 \end{array} \right.$$

$$I(t) = \frac{f}{R} - \left(\frac{f}{R} - \frac{f}{2R} \right) e^{-t/\tau} = \frac{f}{R} \left(1 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau} \right)$$

④



Forza di Lorentz $\rightarrow f_i$ soltanto nei due lati ortogonali a $\vec{v}$.

$$f_i = \frac{qvB}{q} e = vBe$$

equazione alla maglia:

$$V_A - RI + f_i + f = V_B$$

$$I = \frac{f_i + f - f_i}{2R} = \frac{f}{2R}$$

$$V_A - \frac{Rf}{2R} + f_i + f = V_A + \frac{f}{2} + f_i = V_B$$

$$\Rightarrow f = -2f_i$$

$$f = -2vBe = -2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 0,01 = -2 \text{ mV}$$

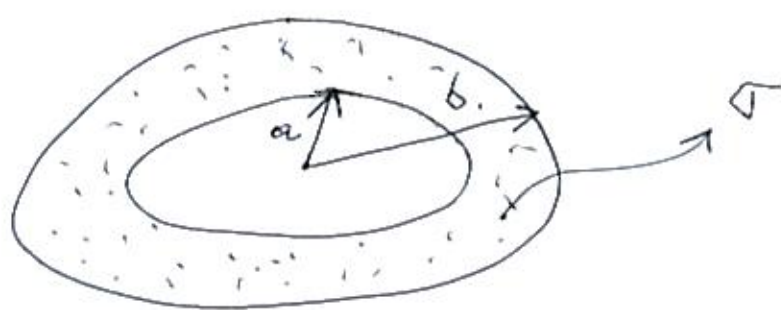
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

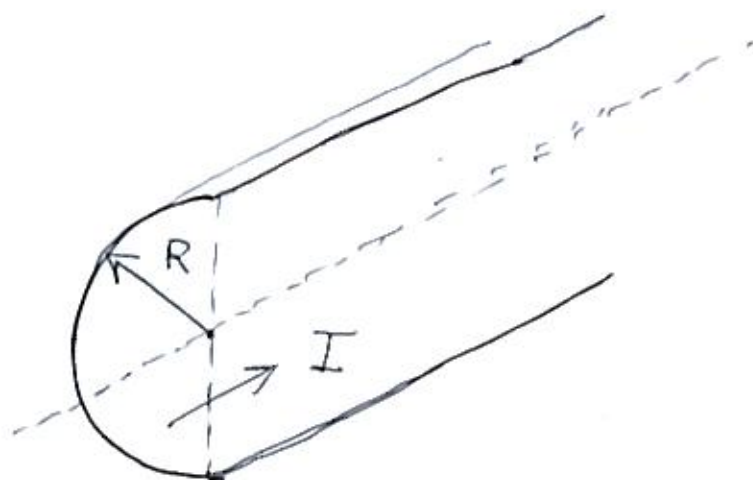
V Appello 20 Luglio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Una carica positiva q è distribuita nel vuoto su una corona circolare di raggio interno a ed esterno b , con densità superficiale $\sigma = kr^2$, dove r è la distanza dal centro e k è una costante. Ricavare l'espressione del potenziale $V(0)$ nel centro della distribuzione nell'ipotesi $V(\infty)=0$.
- 2) Un semi-cilindro infinito di raggio R e spessore trascurabile (cavo) è percorso da una corrente stazionaria I come in figura. Determinare il campo di induzione magnetica prodotto sull'asse del semi-cilindro.
- 3) Determinare l'andamento temporale della potenza W_L assorbita dall'induttanza e di quella W_g erogata dal generatore nel circuito in figura dopo la chiusura dell'interruttore.
- 4) Una bobina costituita da $N=100$ spire, di sezione $S=100 \text{ cm}^2$ e resistenza totale $R=5 \Omega$ è posta in una zona di spazio dove vi è un campo $\mathbf{B}$ uniforme, perpendicolare alla sezione della bobina. Il campo $\mathbf{B}$ varia nel tempo aumentando linearmente da zero al valore $B_0=0.8 \text{ T}$ in un tempo $\Delta t=10 \text{ s}$. Calcolare la f.e.m. indotta nella bobina durante l'intervallo Δt e il lavoro totale speso nel tempo Δt .
- 5) Un oscillatore ad alta frequenza irradia nello spazio circostante onde elettromagnetiche. Si trova che la lunghezza d'onda delle onde è 50 cm in aria e 5.6 cm in acqua. Si calcoli la costante dielettrica relativa dell'acqua.

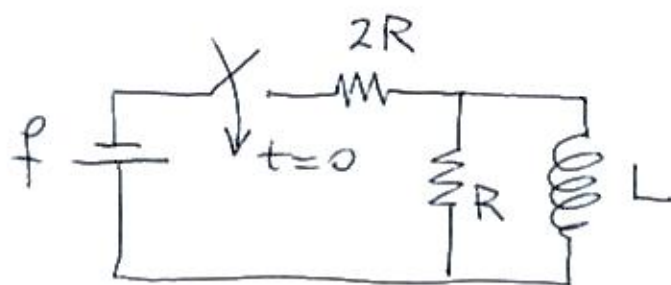
1.



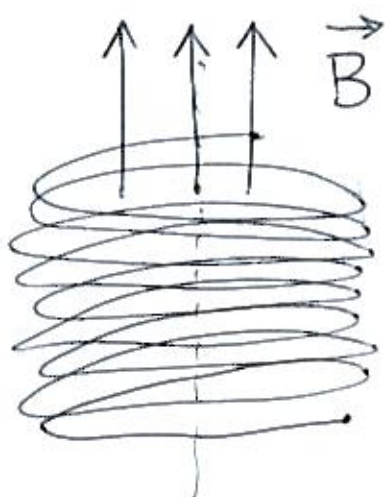
2.



3.



4.



Soluzioni

1. Sia dq la carica delle spire di raggio z

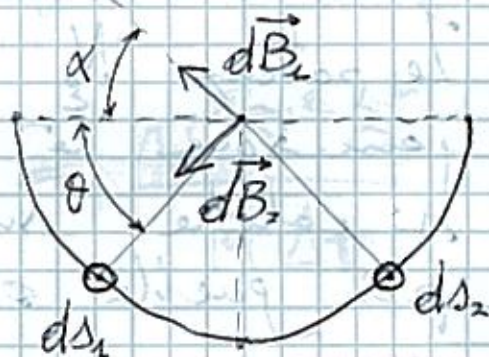
$$dV(0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{z}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Kz^2 \cdot 2\pi z dz}{z} = \frac{Kz^2}{2\epsilon_0} dz$$

$$V(0) = \int_{\text{corona}} dV(0) = \int_a^b \frac{Kz^2}{2\epsilon_0} dz = \frac{K}{6\epsilon_0} (b^3 - a^3)$$

2. I fili di lunghezza ds_1 e ds_2

generano in O un
campo $d\vec{B}$ uguale in
modulo e paria:



$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R}$$

$$dI = I \frac{ds}{\pi R}$$

$$\alpha + \theta = \pi/2$$

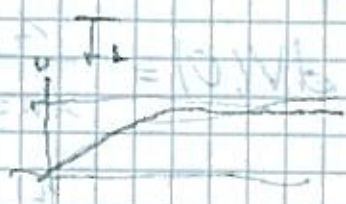
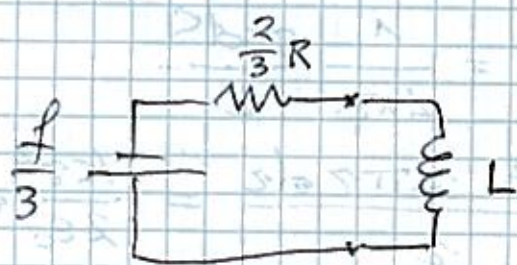
Le due componenti verticali si annullano e
rimangono soltanto quelle orizzontali puntate:

$$dB = 2 \frac{\mu_0 I ds}{2\pi^2 R^2} \cos \alpha = \frac{\mu_0 I ds}{\pi^2 R^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$ds = R d\theta$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

3. Il circuito si può semplificare applicando il teorema di Thevenin



$$I = \frac{f}{2R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad \tau = \frac{L \cdot 3}{R \cdot 2}$$

$$\Rightarrow W_L = L I \frac{dI}{dt} = \frac{f^2}{6R} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La potenza W_g totale fornita dal generatore è pari a quella che si calcola sul circuito equivalente più quella dissipata nelle due resistenze in non in serie L .

$$\Rightarrow W_f = I \frac{f}{3} + \frac{f^2}{3R}$$

$$W_f = \frac{f^2}{3R} + \frac{f^2}{6R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$4. \quad \Phi(t) = N S B = N S \left(B_0 \frac{t}{\Delta t} \right)$$

$$f.e.m. \text{ indotta} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{N S B_0}{\Delta t}$$

$$I = \frac{f.e.m. \text{ indotta}}{R}$$

$$q = \int_0^{\Delta t} I dt = - \frac{N S B_0}{R}$$

$$L = q \cdot f.e.m. \text{ indotta} = \frac{N^2 S^2 B_0^2}{R \Delta t}$$

$$L = 1.28 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$5. \quad \lambda = v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_2 / \mu_2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu \rightarrow \text{frequenza} \\ \lambda \rightarrow \text{lunghezza d'onda} \\ v \rightarrow \text{velocità nel mezzo.} \end{array} \right.$$

$$\lambda \sim \nu$$

$$\frac{\lambda_{accus}}{\lambda_{noise}} = \frac{\nu_{accus}}{\nu_{noise}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2^{accus}}{\epsilon_2^{noise}}}$$

$$\epsilon_2^{accus} = \left(\frac{\lambda_{noise}}{\lambda_{accus}} \right)^2 = \left(\frac{50}{5.6} \right)^2 \approx 80$$

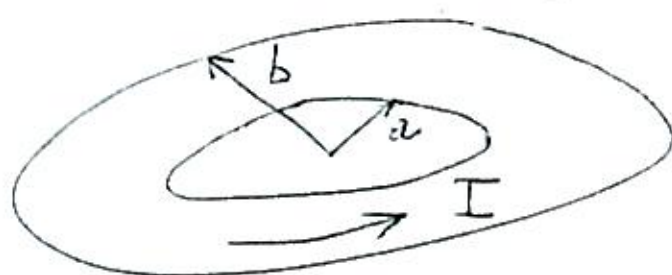
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

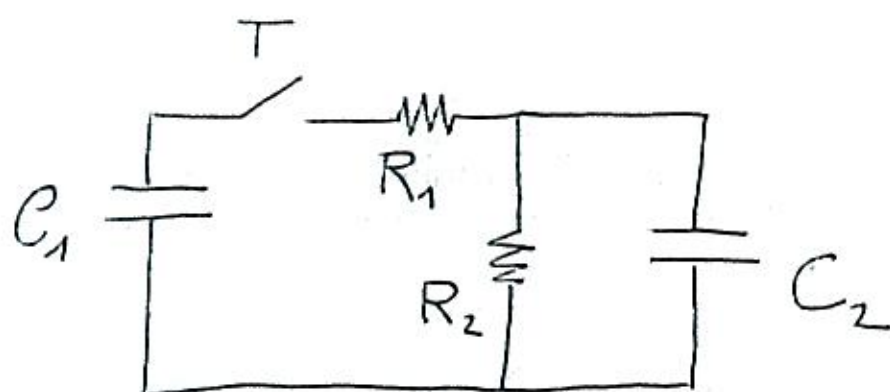
VI Appello 22 Settembre 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Si consideri una sfera conduttrice carica di raggio R . Noto il suo potenziale elettrostatico rispetto ad un punto all'infinito, si calcoli la forza agente su una carica elettrica q posta in vicinanza della superficie.
- 2) Sulla spira circolare in figura, di raggio interno a e raggio esterno b scorre una corrente stazionaria I . Ricavare l'espressione del campo B (modulo, direzione e verso) al centro della spira.
- 3) Nel circuito in figura, il condensatore C_1 e' inizialmente carico con una differenza di potenziale $V_1=150V$, mentre C_2 e' scarico. Determinare l'energia totale dissipata nella resistenza R_2 dall'istante in cui si chiude l'interruttore T all'istante in cui il circuito raggiunge la nuova configurazione di equilibrio. ($R_1=R_2=50\Omega$; $C_1=5\mu F$; $C_2=3\mu F$).
- 4) Una spira quadrata (di lato a e resistenza R), e' immersa in un campo $B=B_0\cos(2\pi ft)$ diretto secondo l'asse z ; la normale al piano della spira e' diretta anche essa lungo z . Si calcoli l'ampiezza della corrente massima circolante nella spira, trascurando fenomeni di autoinduzione.
- 5) Una barretta di plastica lunga e sottile, posta in aria, di costante dielettrica relativa ϵ_r e sezione S , e' investita ortogonalmente da un'onda radio piana monocromatica di intensita' media I , con il campo di induzione magnetica polarizzato perpendicolarmente alla barretta. Ricavare l'espressione del massimo valore, e relativa posizione, delle opposte cariche di polarizzazione superficiali presenti sulla barretta.

2.



3.



Soluzioni

$$\textcircled{1} \quad \vec{F} = q \vec{E} \quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \vec{F} = F \hat{r}$$

$\uparrow$
RADIALE

$$V(r) = \frac{Q_{\text{sfera}}}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$C \triangleq \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_{\text{sfera}} = C \cdot V_{\text{sfera}}$$

$$C_{\text{sfera}} = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$V(r) = \frac{4\pi\epsilon_0 R V_{\text{sfera}}}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{R}{r} V_{\text{sfera}}$$

$$F(r=R) = q E_r(r=R) = q \frac{1}{r^2} R V_{\text{sfera}} \Big|_{r=R}$$

$$\boxed{F = q \frac{V_{\text{sfera}}}{R}}$$

- $\textcircled{2}$ Al centro delle spire il contributo elementare di campo $\vec{B}$ dovuto ad una linea circolare di corrente di I vale:

$$dB_r = \frac{\mu_0 dI}{2r} \quad ; \quad dI = \frac{I}{b-a} dr$$

$\uparrow$
Corrente uniforme nelle spire

$$B_z = \int_a^b dB_z = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2r(b-a)} dz \Rightarrow$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2(b-a)} \ln \frac{b}{a}$$

③ C_2 non interviene, alla fine del percorso C_1 e C_2 sono entrambi scarichi.

Tutte le cariche in C_1 attraversano le due resistenze.

Essendo le resistenze uguali:
 $\Rightarrow$ l'energia dissipata è uguale per entrambe le resistenze.

Per la conservazione dell'Energia
 l'energia dissipata su ciascuna di esse è uguale all'energia elettrostatica inizialmente immagazzinata in C_1 .

$$U_{R_1} = U_{R_2} = \frac{1}{2} U_{C_1}^{\text{iniziale}} = \frac{1}{4} C_1 V_1^2 = 28 \text{ mJ}$$

④ $\Phi_{\text{spine}} = B_0 a^2 \cos(2\pi f t)$

$$f_{\text{em}} = - \frac{d\Phi}{dt} = B_0 a^2 2\pi f \sin(2\pi ft)$$

$$I_{\text{MAX}} = \frac{I_{\text{cm}}^{\text{MAX}}}{R} = \frac{B_0 e^2 2\pi f}{R}$$

5

$$\vec{E}_{\text{ent}} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t)$$

III // barra

$$\bar{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \bar{E}_{\text{int}}$$

$$E_o = \sqrt{2ZI}$$

$$\underline{\underline{F_{int} = F_{int}^t = F_{ext}^t = F_{ext}}}$$

$$Q_{1P} = -Q_{2P}$$

Conservazione della Censura

$$Q_{1,P} = -Q_{2,P} = \nabla_F S = S \epsilon_0 (\epsilon_z - 1) E_{int}$$

$$Q_{1,P}^{\text{MAX}} = S \Sigma_0 (\Sigma_2 - 1) \sqrt{2ZI}$$

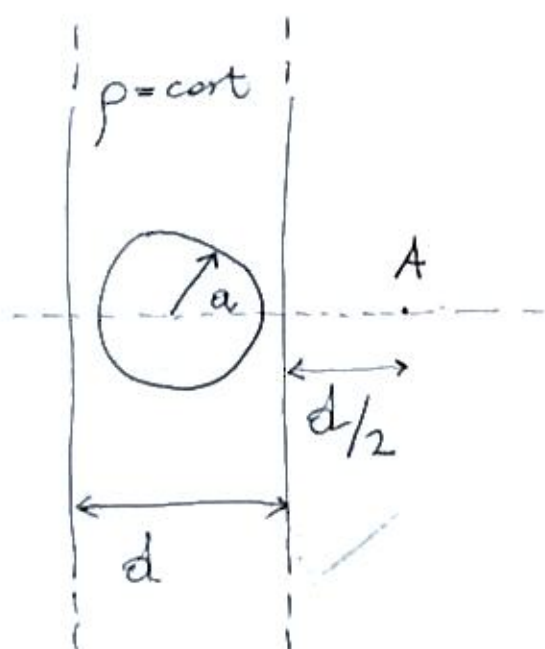
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

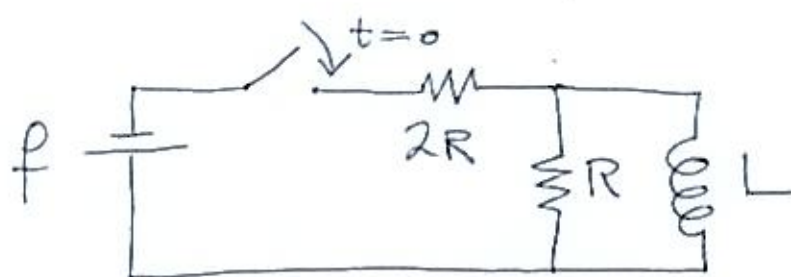
VII Appello 20 Ottobre 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

- 1) Una carica e' distribuita in modo uniforme, con densita' di volume ρ , in un volume a forma di lastra di spessore d ed indefinita nelle altre due dimensioni. Nel centro della lastra esiste una cavita' sferica vuota, di raggio $a < d/2$. Si ricavi l'espressione del campo elettrico $\mathbf{E}$ in un punto A a distanza $d/2$ dalla faccia piu' vicina alla lastra, su una retta che passa per il centro della cavita' sferica, normale alla lastra.
- 2) Un filo rettilineo e di sezione circolare di raggio a e' percorso da una corrente stazionaria I distribuita uniformemente. Il filo e' nel vuoto ed e' di lunghezza molto maggiore di a . Assumendo unitaria la permeabilita' relativa del rame, si ricavi l'espressione dell'energia magnetica U_H per unita' di lunghezza presente nella zona occupata dal filo.
- 3) Determinare l'andamento temporale della potenza W_L assorbita dall'induttanza e di quella W_g erogata dal generatore nel circuito di figura dopo la chiusura dell'interruttore.
- 4) Un solenoide nel vuoto, lungo e compatto, di sezione circolare $S=100\text{cm}^2$ e densita' dell'avvolgimento di $n=10\text{spire/cm}$, e' percorso da una corrente $I=I_0\sin(2\pi ft)$ con $I_0=2\text{A}$ e frequenza $f=1.5\text{kHz}$. All'esterno c'e' un filo conduttore che descrive un quarto di circonferenza di raggio a e coassiale al solenoide. Calcolare la massima differenza di potenziale presente fra le estremita' del filo.
- 5) L'occhio umano riesce a percepire di notte la luce di una lampadina da 40W (potenza media) a circa 1km di distanza. Ricavare la massima distanza alla quale e' possibile scorgere un faro di 2kW di potenza media luminosa e la corrispondente espressione dell'ampiezza del campo elettrico percepito (quest'ultimo non numericamente). Si supponga che la lampadina e il faro siano sorgenti isotrope e si trascurino gli effetti di assorbimento, diffusione e rifrazione della radiazione.

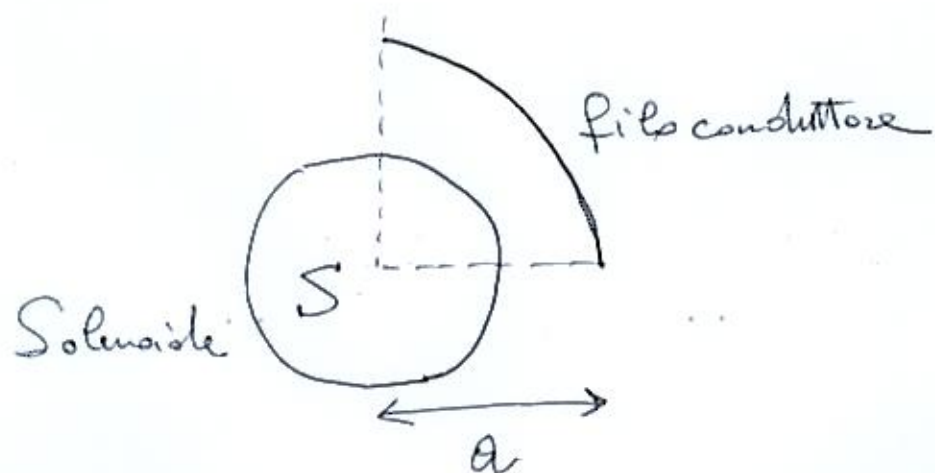
①



③

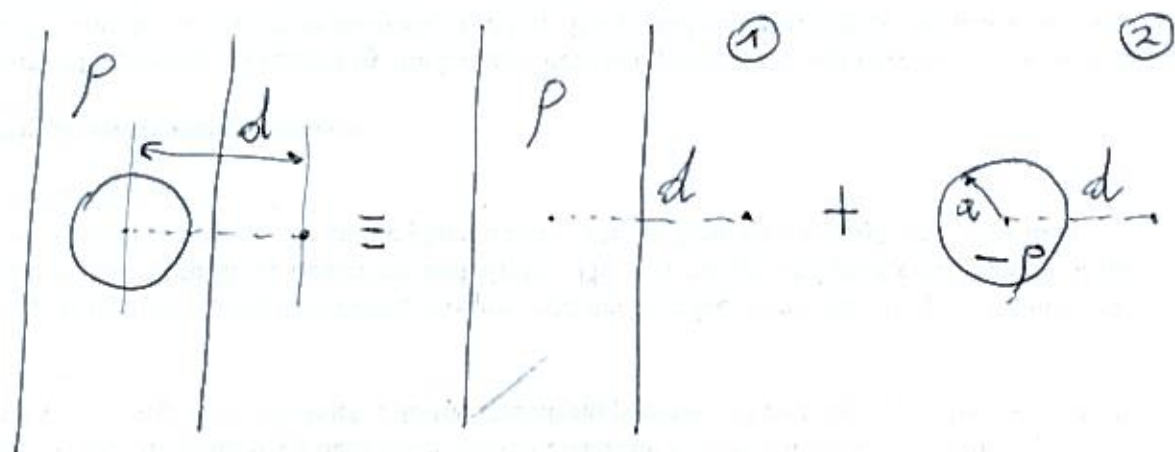


④



Soluzioni

①



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \text{ dal Teo. di Gauss}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \frac{4\pi a^2}{d^2} \text{ dal Teo. di Gauss}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(\frac{d}{2} - \frac{a^2}{3d^2} \right)$$

② Sia C una circonferenza di raggio $r < a$ centrata sull'asse del filo ed S una sup. normale al filo avente C come bordo $\Rightarrow$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad J = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$2\pi r B(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi a^2} r^2 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

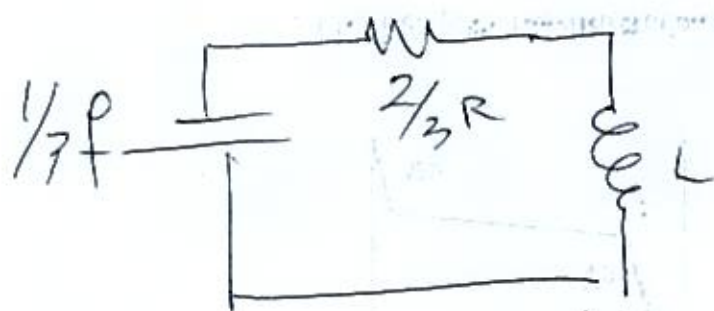
$$H(r) = \frac{I r}{2\pi a^2} ; \text{ utilizziamo } U_H = \frac{1}{2} B H$$

$$U_H = \int_{pe} u_H dr = \int \frac{1}{2} B H dr =$$

$$= \int \frac{1}{2} B H 2\pi r dr$$

$$\Rightarrow \frac{U_H}{e} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I^2}{(2\pi)^2 a^4} \int_0^a r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

③ Con Teo di Thevenin il circuito si può semplificare:



$$I = \frac{f}{2R} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] ; \tau = \frac{3L}{2R}$$

$$W_L = L I \frac{dI}{dt} = \frac{f^2}{6R} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$W_2 = \frac{f^2}{3R} + I \frac{f}{3} = \frac{f^2}{3R} + \frac{f^2}{6R} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

W_2 è pari a quella calcolata dal circuito equivalente più quella dissipata sulle due resistenze se non c'è l'induttore L.

④

$$\left| \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| = E 2\pi a = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = S \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2\pi a} \mu_0 n I_0 2\pi f S |\cos(2\pi ft)|$$

$$\Delta V_{\text{max}} = E_{\text{max}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4} \mu_0 n I_0 2\pi f S \approx 59 \text{ mV}$$

⑤ L'intensità media che colpisce l'occhio nei due casi deve essere la stessa:

$$\bar{I} = \frac{P_{\text{ferr}}}{4\pi d_{\text{ferr}}^2} = \frac{P_{\text{leap}}}{4\pi d_{\text{leap}}^2}$$

$$d_{\text{ferr}} = d_{\text{leap}} \sqrt{\frac{P_{\text{ferr}}}{P_{\text{leap}}}} \approx 7 \text{ Km}$$

$$E_o^2 = 2 Z_o \bar{I} \quad E_o = \sqrt{\frac{Z_o 2 P_{\text{leap}}}{4\pi d_{\text{leap}}^2}}$$