UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica

I Appello 23 Gennaio 2017 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) All'interno di un guscio cilindrico infinito di raggi r_1 e r_2 e' distribuita una densita' di carica uniforme ρ. Calcolare il campo elettrico all'esterno del cilindro e la differenza di potenziale tra i punti A e B disposti come in figura.

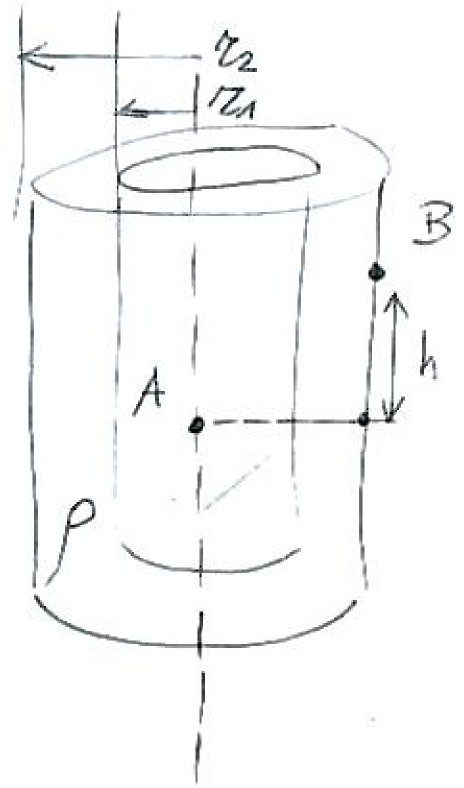
2) La lastra metallica in figura e' molto lunga ed e' percorsa da una corrente I. Ricavare l'ampiezza, la direzione e il verso del campo induzione magnetica in un punto ad altezza z sulla perpendicolare passante per il centro della lastra. (z=20 cm, a=30 cm, I=2.5 A)

3) Il circuito in figura e' a regime quando, al tempo t=0, l'interruttore T viene chiuso. Determinare l'andamento temporale dell'intensita' di corrente e la variazione dell'energia posseduta dall'induttanza da t=0 fino alla nuova condizione di regime.

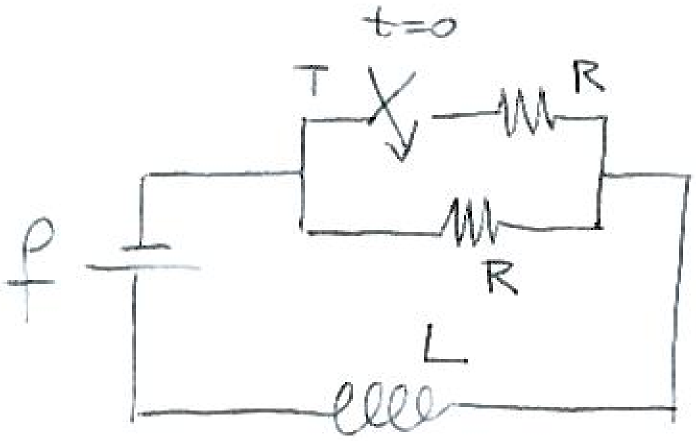
4) Un dielettrico di forma cilindrica, isotropo e omogeneo, con costante dielettrica ε_r nota, ruota intorno al proprio asse con velocita' angolare $\boldsymbol{\omega}$ ed e' immerso in un campo di induzione magnetica uniforme $\mathbf{B}$, parallelo all'asse del cilindro e concorde con $\boldsymbol{\omega}$. Calcolare il vettore polarizzazione elettrica e la densita' di volume delle cariche di polarizzazione all'interno del dielettrico.

5) Una sorgente di onde elettromagnetiche emette isotropicamente onde sferiche in aria con una potenza media P. Considerato un ricevitore radio sensibile ad un campo elettrico oscillante di ampiezza minima E_0^{min} nota, calcolare la massima distanza alla quale il ricevitore e' in grado di rilevare il segnale.

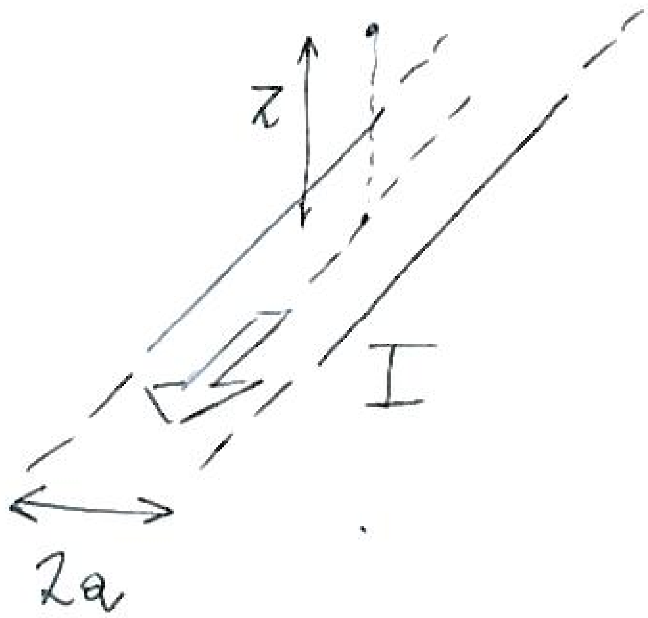
1



3



2



Soluzioni

(1) $r \leq r_1 \qquad E = 0$

$$r_1 \leq r \leq r_2 \qquad E = \frac{\rho(r^2 - r_1^2)}{2\varepsilon_0 r}$$

$$r \geq r_2 \qquad E = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^2)}{2\varepsilon_0 r}$$

$$V_A - V_B = \int_0^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho(r^2 - r_1^2)}{2\varepsilon_0 r}\, dr$$

$$V_A - V_B = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^2)}{4\varepsilon_0} - \frac{\rho r_1^2}{2\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}$$

(3) $I_0 = \frac{f}{R} \quad ; \quad R_{//} = R/2$

$t > 0$

$$f - L\frac{dI}{dt} = \frac{R}{2} I \qquad \tau = \frac{2L}{R}$$

$\Rightarrow$ Per parti :

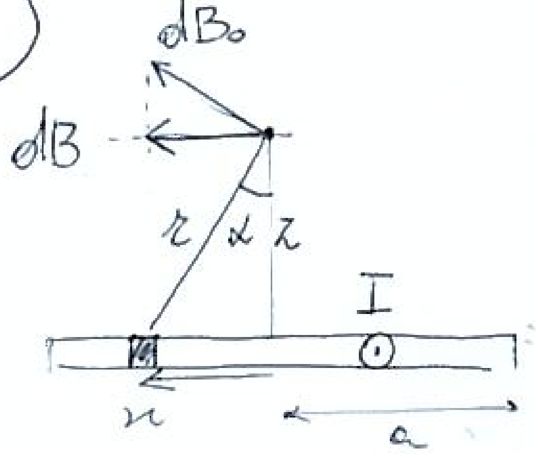
$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I - \frac{2f}{R}} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \Rightarrow \underline{\underline{I = \frac{f}{R}\left(2 - e^{-t/\tau}\right)}}$$

$$U_0 = \frac{1}{2} L I_0 = \frac{1}{2} L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2}$$

$$U_f = \frac{1}{2} L I_f^2 = 2 L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta U = \frac{3}{2} L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2}$$

2



$$dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r}$$

$$dI = \frac{I}{2a} dx$$

$$\boxed{dB_0 = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi a r}}$$

$$x = z \, tg\alpha$$

$$dx = \frac{z}{\cos^2\alpha} d\alpha \quad ; \quad r = \frac{z}{\cos\alpha}$$

$$dB = dB_0 \cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a \cancel{z}} \cdot \cancel{\cos\alpha} \frac{\cancel{z}}{\cancel{\cos^2\alpha}} d\alpha$$

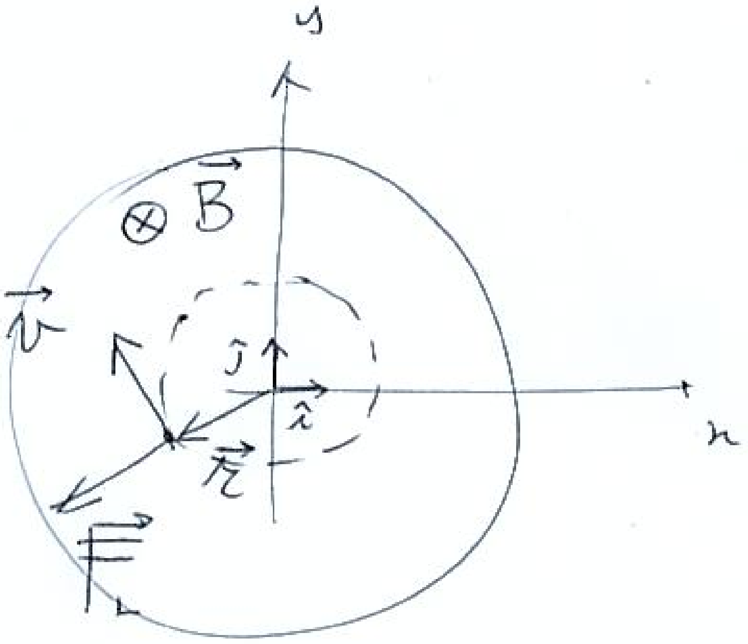
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\alpha \qquad \cos\alpha_{MAX} = \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}$$

$$\alpha_{MAX} = \arccos \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}$$

$$B = \int_{-\alpha_{max}}^{\alpha_{max}} \frac{\mu_0 I \, d\alpha}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2\alpha_{max}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \arccos \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}} = 1{,}64 \cdot 10^{-6}\,T$$

(4)



$$\frac{\vec{F}_L}{q} = \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} = \omega B \vec{r}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\omega B \vec{r} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\omega B\,(x\hat{\imath} + y\hat{j})$$

$$\rho_P = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = -\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\omega B \left(\frac{\partial}{\partial x}x + \frac{\partial}{\partial y}y\right)$$

$$\rho_P = -2\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\omega B$$

(5) $\overline{P} = 4\pi r^2 \overline{I}$ ← per onde sferiche

In generale vale:

$$\overline{I} = \frac{E_0^2}{2Z_0}$$

$$\Rightarrow \quad E_0^{MIN} \leq E_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{Z_0 \overline{P}}{2\pi}}$$

$$\Rightarrow \quad r \leq \frac{1}{E_0^{MIN}}\sqrt{\frac{Z_0 \overline{P}}{2\pi}} \qquad \square$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica

II Appello 20 Febbraio 2017 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Nel volume di un guscio sferico di centro O, raggio interno a e raggio esterno b, e' distribuita una carica elettrica con densita' $\rho=k/r^2$, dove k e' una costante ed r rappresenta la distanza dal centro O. All'interno e all'esterno del guscio c'e' il vuoto. Ricavare l'espressione della differenza di potenziale V(O)-V(A) tra il centro O ed il punto A posto a distanza 2b dal centro stesso.

2) Una linea elettrica in aria e' costituita da due fili conduttori rettilinei e paralleli, a sezione circolare di raggio R; la distanza tra i fili vale D>>R. I due fili sono percorsi dalla stessa corrente in versi opposti. Se la linea collega due luoghi la cui distanza e' d, quale e' l'espressione del coefficiente di autoinduzione dell'intera linea?

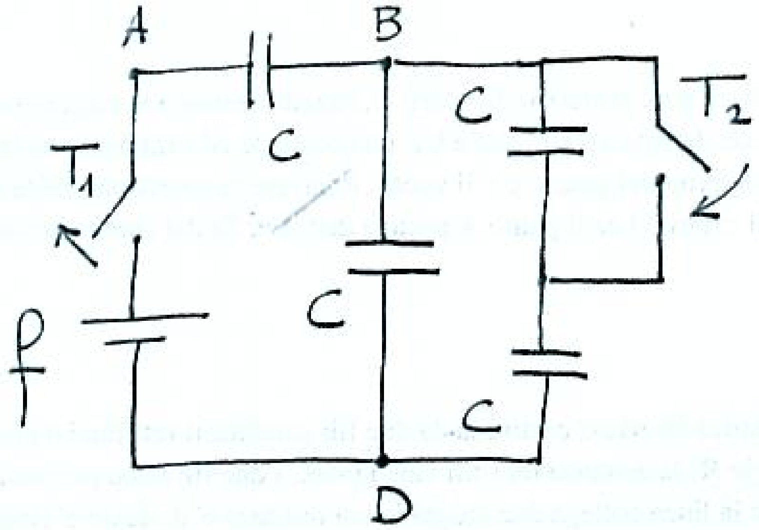
3) Nel circuito in figura nella situazione stazionaria iniziale l'interruttore T_1 e' chiuso e T_2 e' aperto. Viene quindi aperto T_1 e successivamente chiuso T_2. Si calcoli il valore della differenza di potenziale finale fra i punti A e D, assumendo f=15V.

4) Il circuito in figura e' immerso in un campo di induzione magnetica **B**, uniforme e ortogonale al piano del circuito. Il tratto di circuito AB viene portato strisciando nella posizione A'B'. Calcolare la carica che circola nel circuito a seguito di questo spostamento. Dati: B=1T; R=1kΩ; h=1m; Δx=10cm.

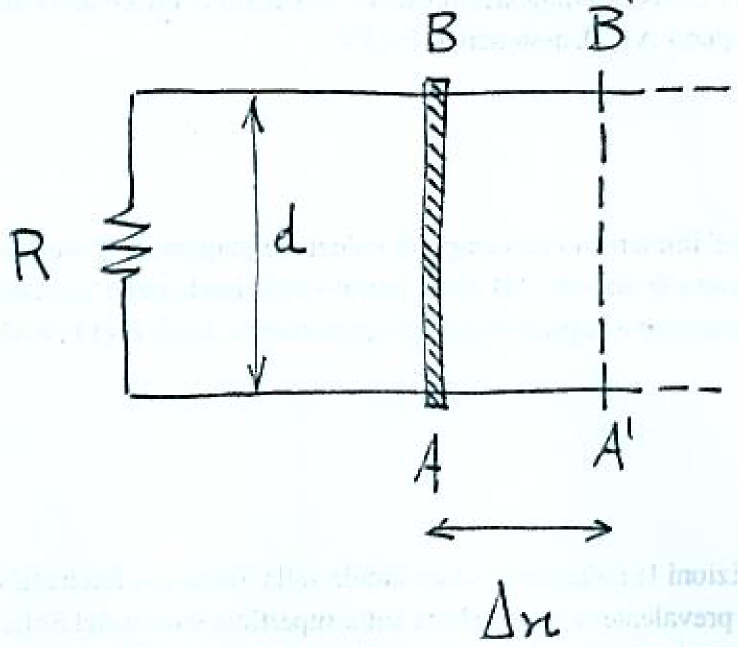
5) In opportune condizioni la radiazione solare incide sulla Terra con intensita' media I=1400W/m^2. Tale radiazione viene prevalentemente prodotta sulla superficie sferica del Sole, di raggio $R_S=7\cdot10^8$m. Sapendo che la distanza Sole e Terra e' pari a $D=150\cdot10^9$m (poco piu'di 8 minuti luce), calcolare l'ampiezza del campo elettrico sulla superficie del Sole.

Figure:

3.

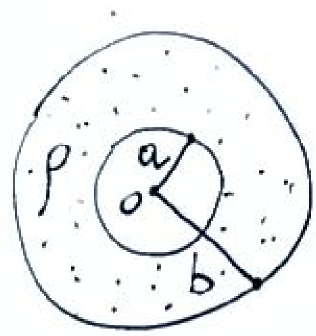


4.



Soluzioni:

1.



$$V(0)-V(A)=\underbrace{\int_0^a \vec{E}_0^{INT}\cdot d\vec{l}}_{=0}+\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_b^{2b}\vec{E}_0^{EST}\cdot d\vec{l}$$

$$V(0)-V(A)=\int_a^b E(r)\,dr+\int_b^{2b}E_0^{EST}(r)\,dr$$

$a<r<b$ (teorema di Gauss)

$$E(r)\,4\pi r^2=\frac{Q^{INT}(r)}{\varepsilon_0}$$

$$Q^{INT}(r)=\int_a^r \rho(r')\,4\pi r'^2\,dr'=4\pi K(r-a)$$

$$Q_{TOT}=4\pi K(b-a)$$

$$E(r)=\frac{K(r-a)}{\varepsilon_0 r^2}$$

$r>b$

$$E_0^{EST}(r)=\frac{K(b-a)}{\varepsilon_0 r^2}$$

$$V(0)-V(A)=\int_a^b\frac{K(r-a)}{\varepsilon_0 r^2}\,dr+\int_b^{2b}\frac{K(b-a)}{\varepsilon_0 r^2}\,dr=$$

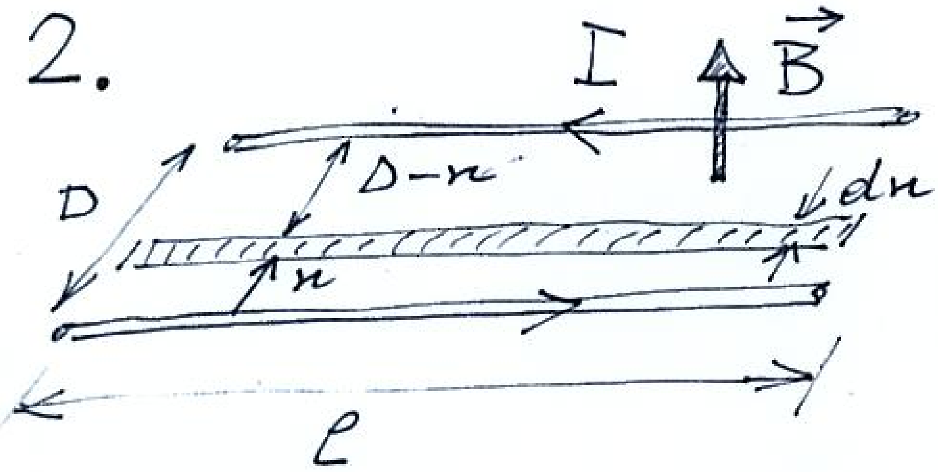
$$=\frac{K}{\varepsilon_0}\left[\int_a^b\frac{1}{r}\,dr-a\int_a^b\frac{1}{r^2}\,dr+(b-a)\int_b^{2b}\frac{1}{r^2}\,dr\right]=$$

$$= \frac{K}{\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) - a\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + (b-a)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{2b}\right)\right] =$$

$$= \frac{K}{\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) \cancel{-1} + \cancel{\frac{a}{b}} \cancel{+1} - \frac{1}{2} - \cancel{\frac{a}{b}} + \frac{a}{2b}\right] =$$

$$= \frac{K}{\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}\right]$$

2.



$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(D-x)}$$

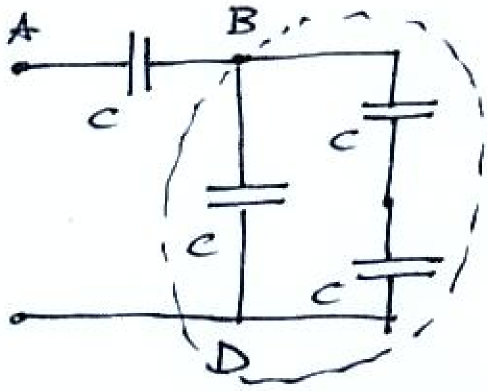
$$\Phi(B) = \int_R^{D-R}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(D-x)}\right)\ell\, dx =$$

$$= \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\, 2\ln\left(\frac{D-R}{R}\right) \simeq$$

$$\simeq \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\, 2\ln\frac{D}{R} = L I$$

3. Inizialmente la corrente nel ramo del generatore f è nulla.
L'apertura di T_1 non ha alcun effetto.

T_1 aperto:

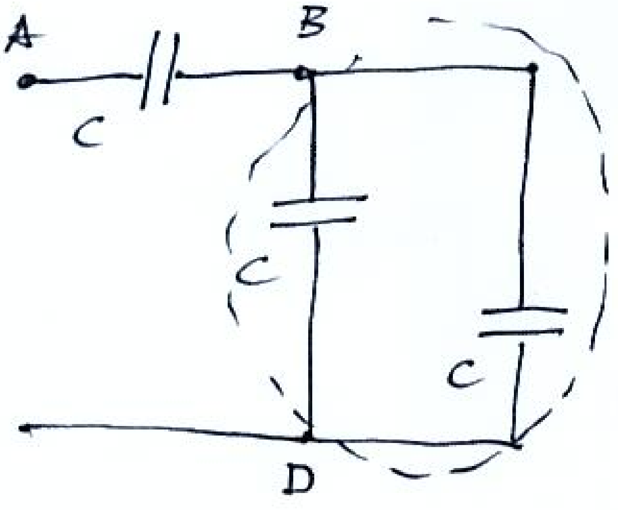


$$(V_A - V_D)_{in} = f$$

$$(V_A - V_B)_{in} = \frac{C'}{C+C'} f = \frac{3}{5} f$$

$$C' = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2} C$$

T_2 chiuso:



Il condensatore tra A e B non si può scaricare.

$$(V_A - V_B)_{fin} = (V_A - V_B)_{in} = \frac{3}{5} f$$

C e C'' sono in SERIE

$$Q_{fin} \text{ su } C_{AB} = Q_{fin} \text{ su } C''_{BD}$$

$$\|$$

$$Q_{in} \text{ su } C_{AB} = C \frac{3}{5} f$$

$$C'' = 2C$$

$$(V_A - V_D)_{fin} = (V_A - V_D)_{in} + \frac{Q}{C''} = \frac{3}{5} f + \frac{1}{2C} \cdot \left(C \frac{3}{5} f \right) = \frac{9}{10} f$$

4. La corrente che scorre a causa della f_i:

$$I = \frac{f_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$|q| = \left|\int_{IN}^{FIN} I\,dt\right| = \frac{1}{R}\left|\int_{IN}^{FIN} \frac{d\Phi}{\cancel{dt}}\cancel{dt}\right| =$$

$$= \frac{|\Phi_{FIN} - \Phi_{IN}|}{R} = \frac{B h \Delta x}{R} = 10^{-4}\,C$$

5. $$E_0^{TERRA} = \sqrt{2ZI} = 1027\,\frac{V}{m}$$

Per un onda e.m. l'ampiezza del campo è proporzionale ad $1/r$

$$E_0(r) = \frac{K}{r}$$

$$E_0^{TERRA} = \frac{K}{D} \Rightarrow K = E_0^{TERRA}\cdot D$$

$$E_0^{SOLE} = \frac{K}{R_s} \rightarrow E_0^{SOLE} = \frac{E_0^{TERRA}\cdot D}{R_s}$$

$$E_0^{SOLE} = 1027\cdot\frac{150\cdot 10^{9}}{7\cdot 10^{8}} \simeq 220\,k\frac{V}{m}$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica

III Appello 31 Marzo 2017 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Si consideri la distribuzione di carica mostrata in figura costituita da un guscio conduttore cavo di raggio interno a=20cm e raggio esterno b=30cm; nella regione centrale si trova una sfera isolante, di raggio r=a, con una carica distribuita, in modo non uniforme, con una densita' che varia con la distanza r dal centro con la legge $\rho=\alpha r^2$ dove $\alpha=5nC/m^5$. La costante dielettrica relativa dell'isolante e' $\varepsilon_r=1$. Si trovi il campo elettrico a distanza r=a/2 dal centro. Inoltre, sapendo che il potenziale della sfera conduttrice cava rispetto al riferimento posto all'infinito e' $V_s=1V$, si trovino le cariche q_a e q_b che si portano sulle superfici di raggi a e b del guscio conduttore in condizioni di equilibrio.

2) Due lastre conduttrici piane, quadrate, di lato L, sono attraversate da una corrente costante diretta lungo l'asse **z**. La lastra α, di spessore trascurabile, si trova nel piano x=0 ed e' percorsa da una corrente uniforme di densita' per unita' di lunghezza i=0.5A/m che scorre nel verso positivo dell'asse **z**. La lastra β, di spessore d=2mm (d<<L), e' parallela alla prima lastra occupando una regione con 0<x<d, ed e' attraversata da una corrente uniforme con densita' per unita' di superficie J, che scorre nella direzione dell'asse **z** ma con modulo e verso incogniti. Tra le due lastre c'e' una piccola intercapedine di spessore trascurabile che ne impedisce il contatto. Calcolare la densita' di corrente J (modulo e verso rispetto a **z**) che deve scorrere nella lastra β in modo tale che il campo magnetico totale **B** sia nullo nelle regioni x<0 e x>d. Calcolare il campo **B** in funzione della coordinata x per 0<x<d.

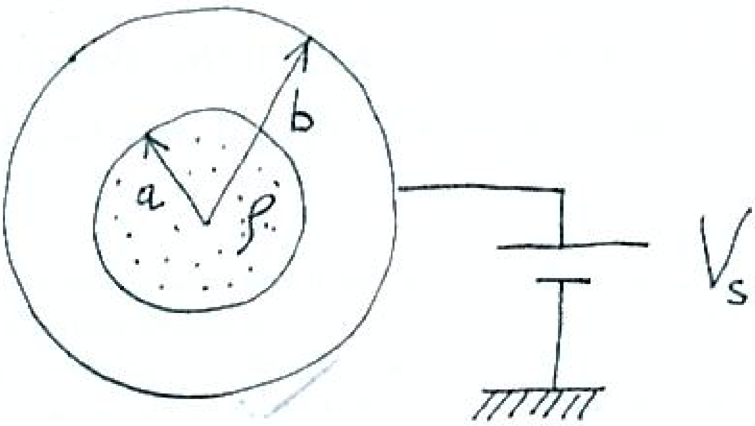
3) Il circuito in figura e' a regime con C_2 scarico quando viene spostato il commutatore dalla posizione in A a quella in B. Calcolare l'espressione dell'energia dissipata nella resistenza R una volta raggiunto l'equilibrio.

4) Una spira quadrata di lato d=20cm formata da un filo omogeneo di sezione costante $S=1mm^2$ e resistivita' $\rho=2\cdot10^{-8}\Omega m$ ruota con velocita' angolare ω=4rad/s intorno ad un proprio lato. La spira e' immersa in un campo B_0=0.5T uniforme e perpendicolare all'asse di rotazione della spira; l'angolo fra la normale alla spira **n** e $\mathbf{B_0}$ e' $\vartheta(t)=\omega t$. Calcolare la resistenza R della spira e l'energia U_{giro} dissipata in un giro ovvero in un periodo $T=2\pi/\omega$.

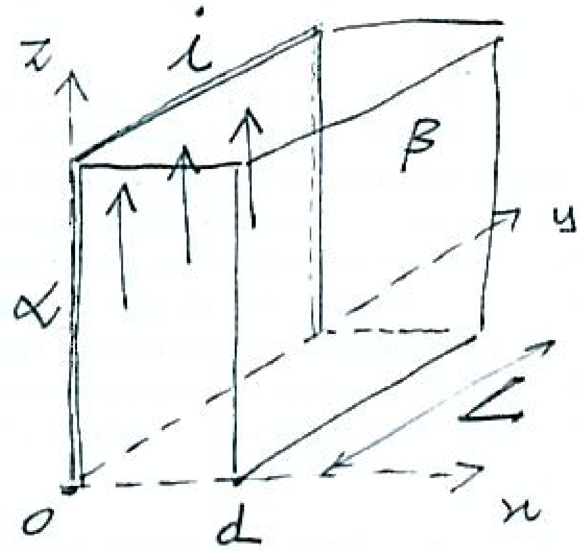
5) In un dato sistema di riferimento cartesiano un'onda e.m. piana in aria, di frequenza $\nu=10^3$MHz, e' descritta dalla seguente espressione del campo elettrico $\mathbf{E}=\mathbf{y}2E_0\cos(kx+\omega t)+\mathbf{z}E_0\cos(kx+\omega t)$, dove $E_0=10^{-2}$V/m. Sul piano xy e con centro nell'origine e' posta una spira quadrata di lato d=1cm. Dopo aver verificato che e' possibile assumere la situazione quasi stazionaria, si calcolino in tale ipotesi l'espressione della f.e.m. indotta nella spira e il valore numerico del suo valore massimo.

Figure

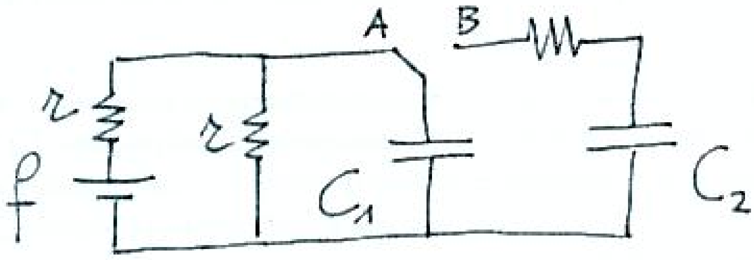
1



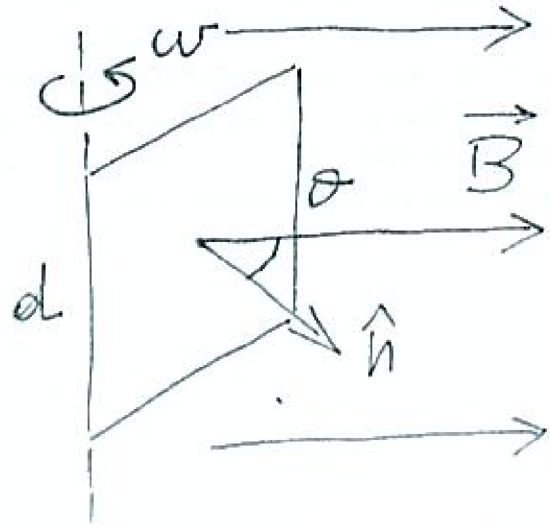
2



3



4



Soluzioni

① Simmetria + Gauss

$r < a$

$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{\int \rho \, d\tau}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\int_0^r \alpha r^2 4\pi r^2 dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E(r) = \frac{\alpha r^3}{5\varepsilon_0}$$

$$E\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\alpha a^3}{5 \cdot 8 \cdot \varepsilon_0} \simeq 1{,}13 \cdot 10^{-1} \frac{V}{m}$$

$a < r < b \rightarrow E(r) = 0$, Conduttore;

$\Rightarrow$ Per Gauss su una sfera di raggio $r \Rightarrow Q_{TOT} = 0$

q_a sarà uguale e opposta alla carica contenuta nella sfera isolante.

$$q_a = -\int \rho \, d\tau = -\int_0^a \alpha r^2 4\pi r^2 dr = -\frac{4\pi a^5}{5}\alpha$$

dunque $q_a = -4,02\ pC$.

per $r > b$ sempre per Gauss

$$E(r) = \frac{\cancel{\int_{isolante} \rho\, d\tau} \cancel{+ q_a} + q_b}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

↓

Campo di carica puntiforme

$$\Rightarrow \quad V(r) = \frac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_s = V(b) = \frac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

$$\Rightarrow \quad q_b = V_s\, 4\pi\varepsilon_0 b = 33,4\, pC$$

2 Per ragioni di simmetria:

$$\vec{B} = B(x)\,\hat{y}.$$

Applichiamo il teorema di Ampere su rettangoli che circondano le lastre sul piano xy con due lati ortogonali alle lastre e due lati paralleli ad esse.

2.1 Lati paralleli alla Lastra al di fuori della regione con corrente lì dove il campo deve essere nullo:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{conc} = 0$$

$$I_{conc} = iL + JLd$$

$$\Rightarrow \quad J = -\frac{i}{d} = -250 \frac{A}{m^2}$$

2.2 Lati paralleli alla Lastra di cui uno ad $x<0$ $(\vec{B}=0)$ e l'altro in x interno alla Lastra $\Rightarrow$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 + B(x)L = \mu_0 I_{conc} =$$

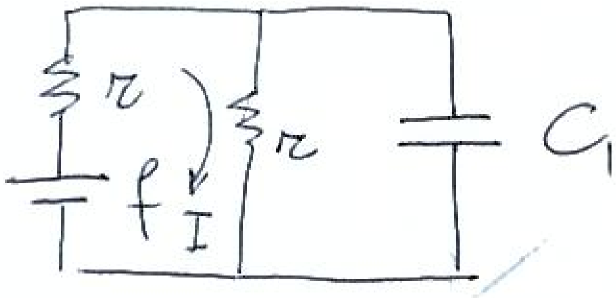
$$= \mu_0 (iL + JLx)$$

$$\Rightarrow B(x) = \mu_0 \left(i - i\frac{x}{d}\right) = \mu_0 i \left(1 - \frac{x}{d}\right)$$

3 $t \leq 0$

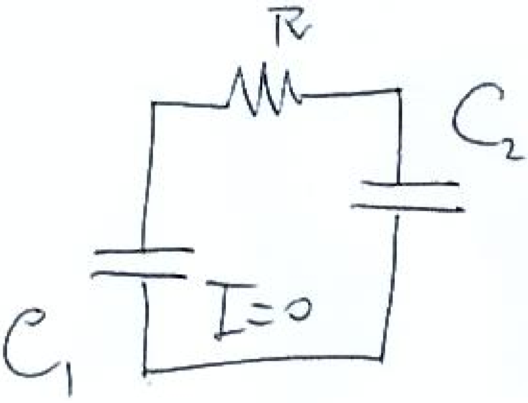
$$I = \frac{f}{2r}$$

$$\Delta V_{C_1} = I r$$



$$Q_1^0 = C_1 \Delta V_{C_1} = C_1 \frac{f}{2}$$

$t \to +\infty$



Conservazione delle carica

$$\begin{cases} Q_1^\infty + Q_2^\infty = Q_1^0 \\ \text{ma:} \\ \dfrac{Q_1^\infty}{C_1} = \dfrac{Q_1^\infty}{C_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_1^\infty = Q_1^0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} \qquad Q_2^\infty = Q_1^0 \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\boxed{U_c = \frac{Q^2}{2C}} \Rightarrow U_{dis} = U_{in} - U_{fin} =$$

$$= U^0_{C_1} - \left(U^\infty_{C_1} + U^\infty_{C_2}\right) =$$

$$= \frac{(Q_1^0)^2}{2}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_1 + C_2}\right)$$

(4) $R = 4\rho \frac{\ell}{S} = 16\ m\Omega$

$$\Phi(\vec{B_0}) = \vec{B_0} \cdot \hat{n}\,\ell^2 = \ell^2 B_0 \cos(\omega t)$$

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\ell^2 B_0 \omega}{R} \sin(\omega t)$$

$$W(t) = R\, i^2(t) = \frac{\ell^4 B_0^2 \omega^2}{R} \sin^2(\omega t) \doteq$$

$$\doteq \frac{\ell^3 B_0^2 \omega^2 S}{4\rho} \sin^2(\omega t)$$

$$U_{giro} = \int_0^T W(t)\,dt = \frac{\pi \ell^3 B_0^2 \omega S}{4\rho} = \frac{\pi}{10}\ J$$

(5) $\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^9} \sim 30\,cm \gg \ell = 1\,cm$

$$f_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} B_z \cdot \ell^2 =$$

$$= -\frac{dE_y}{dt} \cdot \frac{\ell^2}{c} = -\frac{\ell^2}{c}\frac{d}{dt}\left[2E_0 \cos(\omega t)\right]$$

$$f_i = \frac{\ell^2}{c} 2E_0 \sin(\omega t); \quad f_i^{MAX} = \frac{10^{-4}}{3 \cdot 10^8} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot 10^9\ V$$

$$f_i^{MAX} \simeq 4 \cdot 10^{-5}\ V = 40\,\mu V \ \square$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica

IV Appello 19 Giugno 2017 – Fisica II Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica statica nel vuoto è distribuita su una superficie semisferica di raggio *a*, con densità superficiale $\sigma=\sigma_0\cos(\alpha)$. Calcolate l'espressione del potenziale V_0 nel punto O assumendo $V(\infty)=0$.

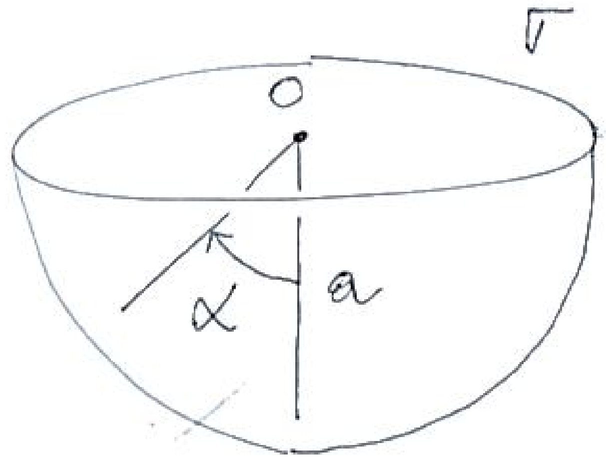
2) Calcolare l'espressione del campo **B** generato nel vuoto dal campo densità di corrente stazionaria $\mathbf{J}=\mathbf{k}J_0\exp(-kr^2)$, dove r è la distanza dall'asse z che è anche asse di simmetria.

3) Il circuito in figura è a regime quando a t=0 viene aperto l'interruttore T. Ricavare l'espressione della potenza dissipata nella resistenza R_3.

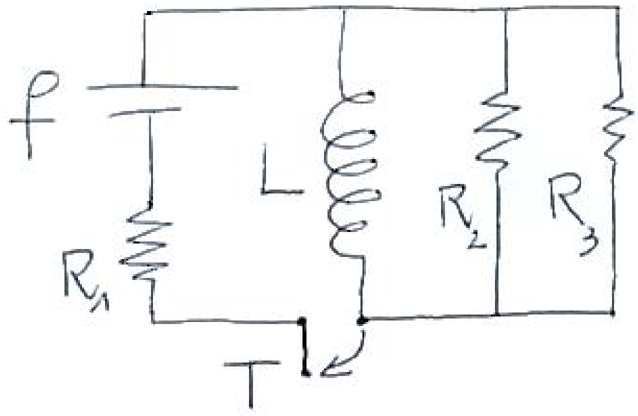
4) In un sistema di riferimento Oxyz una spira quadrata di massa trascurabile, di resistenza complessiva R=10 Ω e di lati l=1 cm, paralleli agli assi x e y, si muove a velocità costante v_0=2 m/s nel verso positivo delle y. Nello spazio è presente un campo magnetico che varia in funzione della posizione come $\mathbf{B}=ay\mathbf{k}$ con a=0.5 T/m. Determinare la corrente indotta nella spira.

5) Una sorgente di onde elettromagnetiche emette isotropicamente onde sferiche in aria con una potenza media P. Considerato un ricevitore radio sensibile ad un campo elettrico oscillante di ampiezza minima E_{min} nota, calcolare la massima distanza alla quale il ricevitore è in grado di ricevere il segnale.

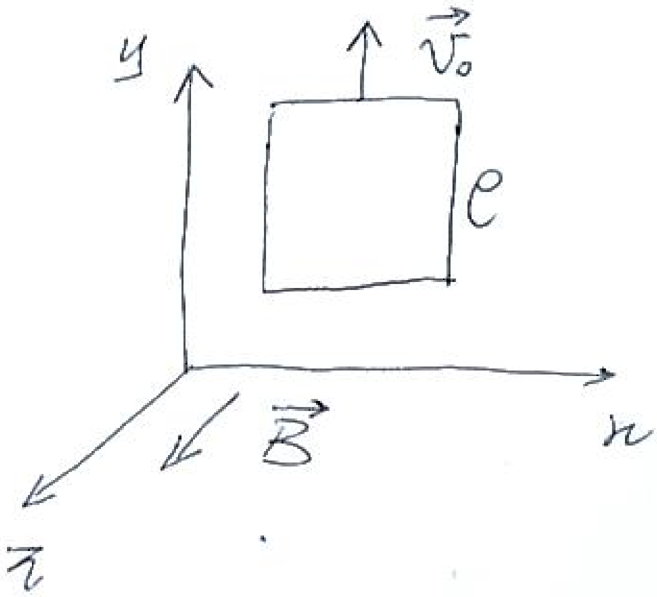
1.



3.

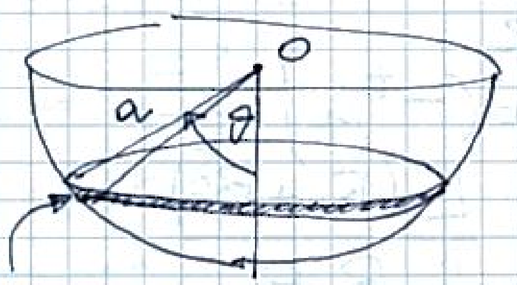


4.



Soluzioni

(1)



$\sigma = \sigma_0 \cos\vartheta$

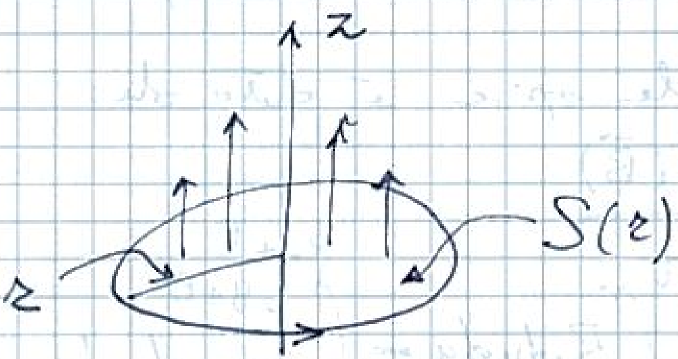
$2\pi a \sin\vartheta \cdot a\,d\vartheta \rightarrow$ area infinitesima.

$$dV(O)_{spira} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma_0\cos\vartheta \cdot 2\pi a \sin\vartheta \cdot a\,d\vartheta}{a}$$

$$V(O) = \frac{\sigma_0 a}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2} \sin\vartheta\cos\vartheta\,d\vartheta = \frac{\sigma_0 a}{2\varepsilon}\int_0^{\pi/2} d\left(\frac{\sin^2\vartheta}{2}\right)$$

$$V(O) = \frac{\sigma_0 a}{4\varepsilon_0}.$$

(2)



Per Ampere:

$$\underline{\underline{B\cdot 2\pi r}} = \mu_0\int_{S(r)} \vec{J}\cdot d\vec{S} = \mu_0\int_0^r J_0 e^{-kr'^2}\cdot 2\pi r'\,dr' =$$

$$= \mu_0 J_0 2\pi \int_0^r d\left(-\frac{1}{2k}e^{-kr'^2}\right) = \underline{\underline{\frac{\mu_0 J_0 \pi}{k}\left(1-e^{-kr^2}\right)}}$$

(3)

$$I_L(t<0) = I_L(0) = \frac{f}{R_1}$$

$$I_L(t>0) = I_L(0)\exp(-t/\tau)$$

dove $\tau = \frac{L}{R_{par}} = \frac{L(R_2+R_3)}{R_2 R_3}$

$$\begin{cases} I_2 R_2 = I_3 R_3 \\ I_L = I_2 + I_3 \end{cases} \Rightarrow I_3 = I_L \frac{R_2}{R_2+R_3}$$

$$W_3 = R_3 I_3^2 = I_L^2 \frac{R_3 R_2^2}{(R_2+R_3)^2}$$

$$W_3 = \frac{R_3 R_2^2}{(R_2+R_3)^2}\frac{f^2}{R_1^2}\exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right)$$

(4) La corrente nella spira è data da:

$$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$\Phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \iint_S B\,dx\,dy = \int_{x_0}^{x_0+\ell}\int_{y}^{y+\ell} a y\,dx\,dy$$

$$\Phi(\vec{B}) = \frac{a\ell^2}{2}(2y+\ell);$$

$$i = -\frac{a\ell^2}{R}v_0 = -1\times 10^{-5}\,A.$$

(5)

$$P = 4\pi r^2 I$$

$$I = \frac{E_0^2}{2Z_0}$$

$$E_0^{min} \leq E_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{Z_0 P}{2\pi}}$$

$$\Downarrow$$

$$r \leq \frac{1}{E_0^{min}}\sqrt{\frac{Z_0 P}{2\pi}} .$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica

V Appello 14 Luglio 2017 – Fisica II Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica elettrostatica nel vuoto è distribuita all'interno di un guscio sferico di raggio interno *a* ed esterno *b*, con densita' di volume $\rho=kr$. Calcolare il campo elettrostatico in tutto lo spazio.

2) Si consideri un cavo coassiale di raggi *a b* e *c*. In ciascuno dei due conduttori scorre una corrente *I* distribuita in maniera uniforme, in versi opposti. Si determini l'espressione del modulo del campo magnetico $\boldsymbol{B}(r)$ negli intervalli (1) $r<c$, (2) $c<r<b$, (3) $b<r<a$ e (4) $r>a$.

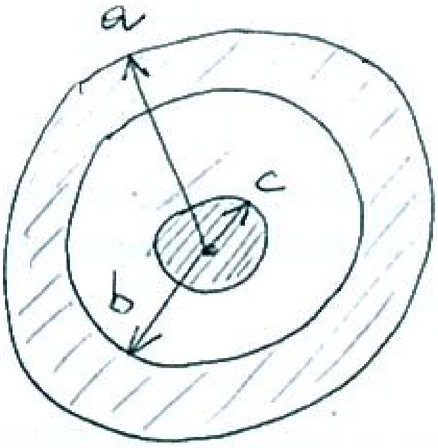
3) Il condensatore C_1 rappresentato in figura e' inizialmente carico alla tensione V_0 mentre C_2 e' scarico. Al tempo $t=0$ l'interruttore viene chiuso. Calcolare l'energia totale dissipata nella resistenza fino al raggiungimento della nuova situazione di equilibrio.

4) Una spira circolare rigida di raggio $r=10\ cm$ e' costituita da un filo di rame (resistivita' $\rho=1.7x10^{-8}\ \Omega m$) di sezione $S=0.5\ mm^2$ ed e' immersa in un campo di induzione magnetica $B=1T$, uniforme e normale al piano della spira. Il campo *B* viene poi rapidamente portato a zero. Calcolare la carica elettrica che fluisce nella spira durante il processo transitorio.

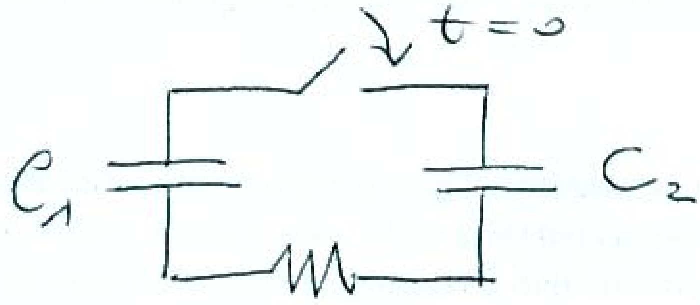
5) Un'onda elettromagnetica piana, polarizzata linearmente, si propaga nel vuoto, con lunghezza d'onda $\lambda=20\ cm$ e campo di induzione magnetica descritto, in un riferimento cartesiano, da $B_z=B_0cos(kx-\omega t)$, dove *t* e' il tempo e $B_0=1\ nT$. Si chiedono il valore massimo e l'andamento temporale della corrente indotta in una spira quadrata di lato $L=\lambda/2$, disposta nel piano *xy* come indicato in figura, e avente resistenza $R=60\ Ohm$.

Figure

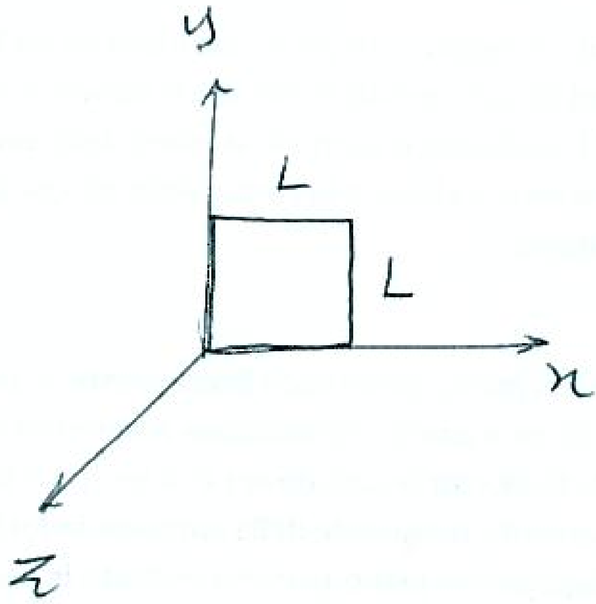
(2)



(3)

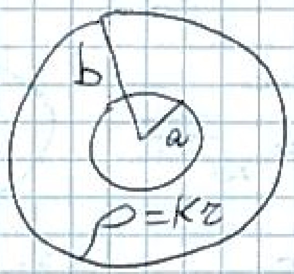


(5)



Soluzioni

(1)



Gauss: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_{int}(r)}{r^2} \hat{r}$

$r < a \quad \vec{E} = 0$

$a < r < b \qquad Q_{int} = \int_a^r k r \, 4\pi r^2 dr = \pi k (r^4 - a^4)$

$$\vec{E}(r) = \frac{k(r^4 - a^4)}{4\varepsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$r > b \qquad Q_{int} = \int_a^b k r \, 4\pi r^2 dr = \pi k (b^2 - a^2)$

$$\vec{E}(r) = \frac{k(b^4 - a^4)}{4\varepsilon_0 r^2} \hat{r}$$

2 Dal teorema di Ampère:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{conc}$$

$$\Rightarrow \quad B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_{conc}$$

$r < c$ $\quad$ I è uniforme

$$I = J\pi c^2 \Rightarrow J = \frac{I}{\pi c^2}$$

$$I_{conc}(r) = J\cdot\pi r^2 = I\,\frac{r^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi c^2}\, r$$

$c < r < b$

$$I_{conc}(r) = I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$$

$b < r < a$ $\quad$ $J_{est} = \dfrac{I}{\pi(a^2-b^2)}$

$$I_{conc}(r) = I - J_{est}\,\pi\cdot(r^2-b^2) = I\,\frac{a^2-r^2}{a^2-b^2}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot\frac{a^2-r^2}{a^2-b^2}$$

$r > a$

$$I_{conc}(r) = I - I = 0$$

$$\Rightarrow B(r) = 0$$

(3) $E_{in} = \frac{1}{2} C_1 V_0^2$

All'equilibrio finale $V_1 = V_2$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \quad e \quad Q_1 + Q_2 = Q_0$$

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0 \\ Q_2 = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0 \end{cases}$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1 + C_2} \Rightarrow$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2} \frac{C_1^2 V_0^2}{C_1 + C_2}$$

$$E_{dis} = E_{in} - E_f = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_0^2$$

è indipendente dal valore di R.

(4) $$q=\int_0^{\infty} i\,dt = \int -\frac{d\Phi/dt}{R}\,dt =$$

$$= -\frac{1}{R}\int_{\Phi_{in}}^{\Phi_{fin}=0} d\Phi = \frac{\Phi_{in}-\Phi_{fin}}{R} = \frac{\Phi_{in}}{R}$$

$$\begin{cases} R=\rho\frac{\ell}{S}=\rho\frac{2\pi r}{S} \\ \Phi_{in}=B\pi r^2 \end{cases} \Rightarrow q=\frac{B\pi r^2}{2\rho\pi r}S=\frac{BrS}{2\rho}=1{,}47\,C$$

(5) Legge di F-N-L;

$$\Phi(\vec{B}) = L\int_0^{L=\lambda/2} B_0\cos(kx-\omega t)\,dx = \frac{LB_0}{k}\left[\sin(kx-\omega t)\right]_0^{\lambda/2} =$$

$$= \frac{LB_0}{k}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}-\omega t\right)-\sin(-\omega t)\right] =$$

$$= \frac{2LB_0}{k}\sin\omega t = \frac{\lambda B_0}{k}\sin\omega t$$

$$f_i = -\frac{\lambda B_0}{k}\omega\cos\omega t = -\lambda B_0 c\cos(\omega t)$$

$$i_i = \frac{f_i}{R} = -i_{max}\cos(\omega t)$$

$$i_{max} = \frac{B_0 c\lambda}{R} = 1\,mA.$$

□

UNIVERSITA’ DEGLI STUDI DI ROMA “SAPIENZA”
Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica
VI Appello 18 settembre 2017 - Fisica II
Prof. Luigi Palumbo

1) Uno strato piano nel vuoto di spessore d ed estensione infinita ha una densità di carica di volume uniforme ρ. Conoscendo la differenza di potenziale ΔV fra il piano mediano dello strato e una delle facce esterne, si ricavi il valore di ρ.
($d=2\ cm$, $\Delta V=5\ V$).

2) Una lamina piana a forma di semi-corona circolare (raggio interno a, raggio esterno $3a$) è uniformemente carica con densità superficiale σ. La lamina ruota con velocità angolare ω costante attorno all’asse passante in O e ortogonale alla lamina. Calcolare il campo di induzione magnetica in O.

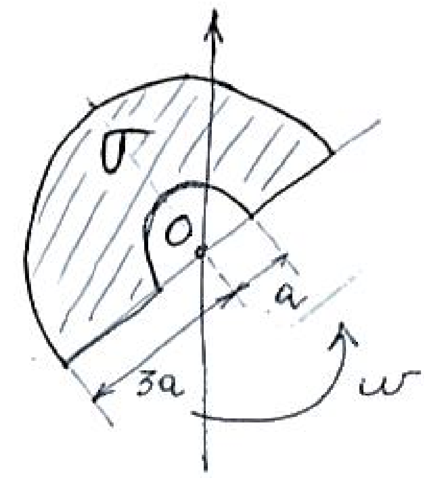
3) In condizioni stazionarie l’interruttore del circuito in figura è chiuso e nell’induttanza scorrono *0.1 A*. Determinare l’andamento temporale dell’energia nel condensatore a partire dall’istante in cui viene aperto l’interruttore. ($r=R=10\ \Omega$; $L=1\ H$; $C=5\ \mu F$).

4) Nel vuoto, un filo rettilineo di lunghezza indefinita è percorso da una corrente stazionaria, che ad iniziare dal tempo $t=0$ decade lentamente a zero secondo l’espressione $I(t)=I_0e^{(-t/\tau)}$. A distanza d dal filo c’è una spira rettangolare di resistenza R, di lati rispettivamente lunghi a e b. Si calcoli l’espressione della $i(t)$, la corrente che fluisce nella spira, e se ne indichi il verso.

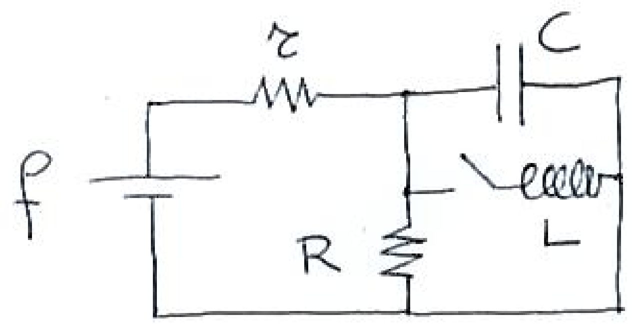
5) Una sorgente di onde elettromagnetiche irraggia uniformemente entro un cono di apertura $\Omega=10^{-2}$ steradianti. Assumendo una potenza irraggiata $W=10\ kW$, calcolare le ampiezze efficaci dei campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ a una distanza $d=10\ km$.

Figure

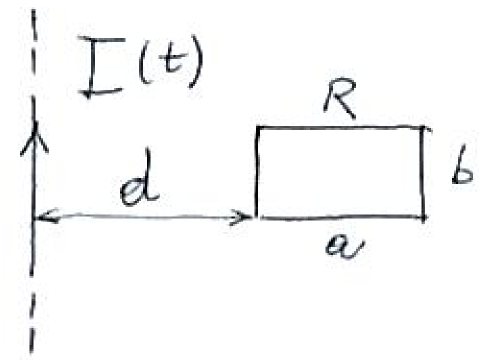
②



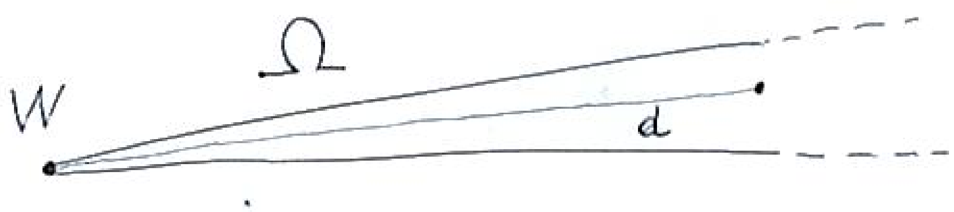
③



④

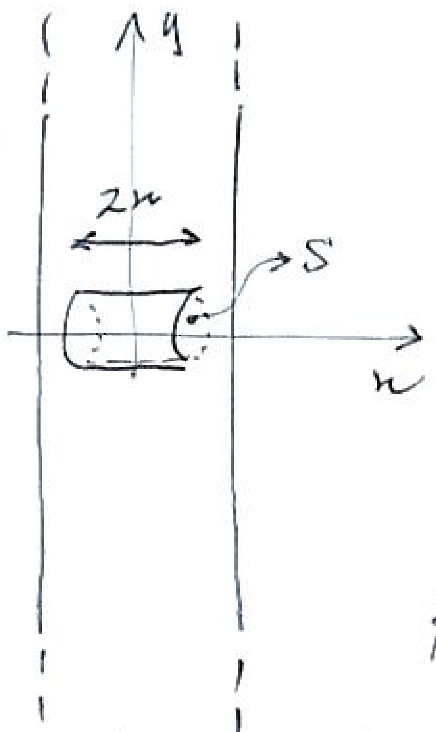


⑤



Soluzioni

(1)



Per il teorema di Gauss:

$$2ES = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho S 2x$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$$

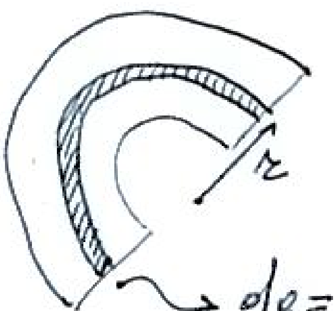
per $x>0$:

$$\Delta V = V_{p.m.} - V_{f.e.} = \int_0^{d/2} \vec{E}\cdot d\vec{x} = \frac{1}{8}\frac{\rho d^2}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = \frac{8\,\varepsilon_0 \Delta V}{d^2} \cong \frac{8 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,F/m \cdot 5\,V}{(0{,}02)^2\,m^2} \Rightarrow$$

$$\rho = 8{,}85 \cdot 10^{-7}\left[\frac{C}{m^3}\right]$$

(2)



$dq = \sigma\pi r dr$

$$di = \frac{dq}{T} = \frac{dq}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

B elementare di spira con corrente elementare di nel centro vale: $dB = \frac{\mu_0\, di}{2r}$

$$B = \int_a^{3a} dB = \int_a^{3a} \frac{\mu_0}{\cancel{2\pi}} \frac{\sigma \cancel{\pi r}\, dr}{\cancel{2\pi}} \cdot \omega =$$

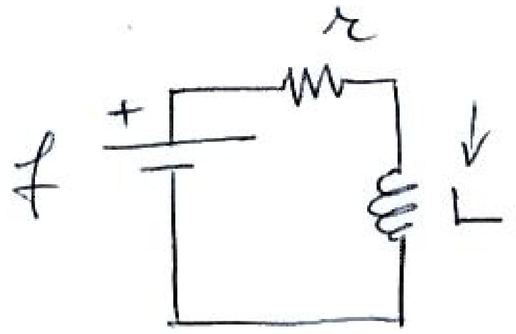
$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{4} (3a - a)$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2\cancel{4}} \cancel{2}a = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \cdot a$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma a}{2} \vec{\omega}$$

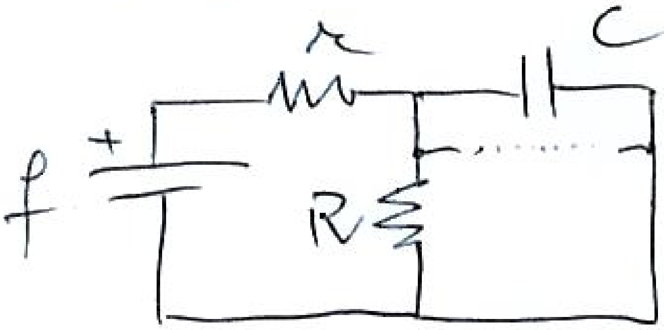
(3) $t=0$: interruttore aperto

$t<0$:



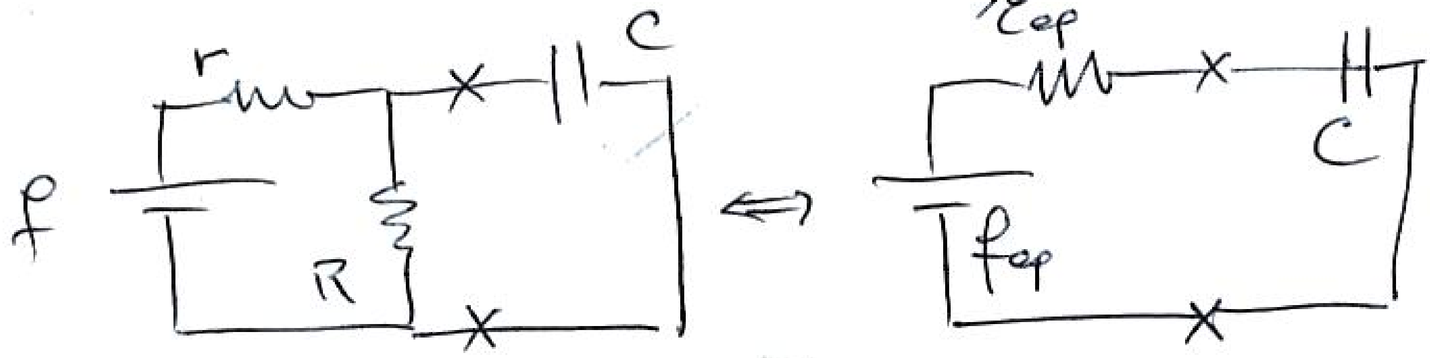
$$I_0 = \frac{f}{r} \Rightarrow f = I_0 \cdot r = 1V$$

$t>0$ il condensatore inizia a caricarsi :



$$V_c(t>0) = V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

V_0 iniziale ai capi di C al momento di apertura dell'interruttore e la costante tempo τ si possono calcolare p.e. con Thevenin:



$$r_{eq} = \frac{r \cdot R}{r+R} \quad ; \quad f_{eq} = \frac{f R}{r+R} = 0{,}5\,V$$

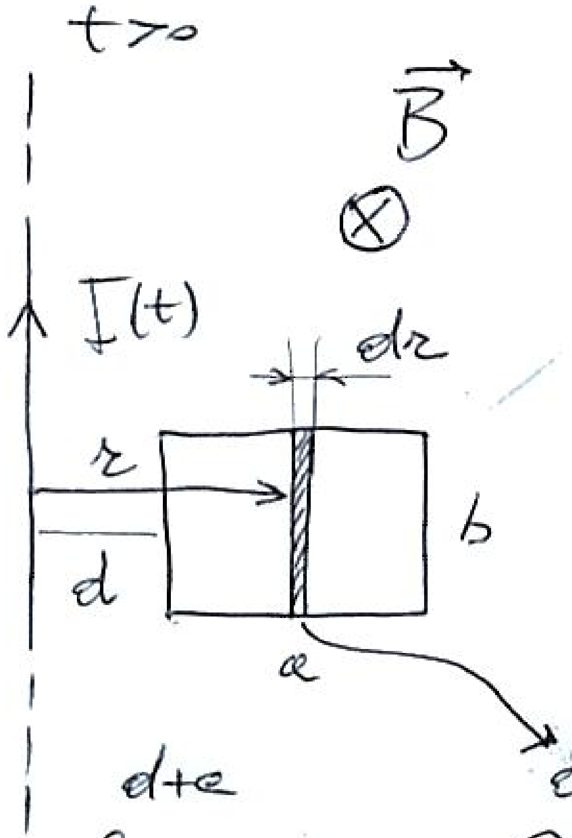
$$\downarrow$$

$$V_0 = f_{eq}$$

$$\tau = r_{eq} \cdot C = \frac{rR}{r+R} \cdot C = 25\,\mu s$$

$$U_c = \frac{1}{2} C V_c^2$$

4

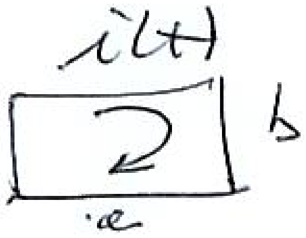


$$\Phi_B(t) = \int_{\square} \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{\square} B\,dS \doteq$$

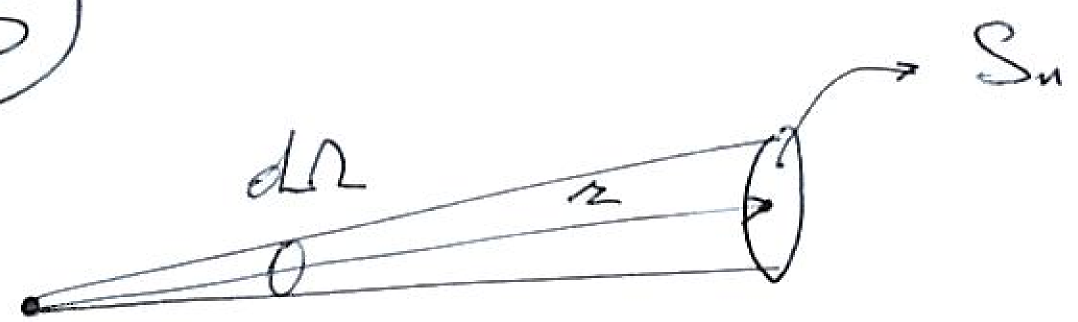
$$\doteq \int_{d}^{d+a} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}\cdot \overbrace{b\,dr}^{dS} = \frac{\mu_0 I(t)\, b}{2\pi}\int_{d}^{d+a}\frac{dr}{r} \doteq$$

$$\doteq \frac{\mu_0 b I_0 e^{-t/\tau}}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

$$i(t) = -\frac{d\Phi/dt}{R} = +\frac{\mu_0 b I_0 e^{-t/\tau}}{2\pi R \tau}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$



5



$$I = \frac{E_{eff}^2}{Z_0} \quad ; \quad \Omega = \frac{S_n}{r^2}$$

$$I = \frac{W}{S_n} = \frac{W}{r^2 \Omega}$$

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{Z_0 W}{\Omega}} \cdot \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{377 \cdot 10^4}{10^{-2}}} \cdot \frac{1}{10^4} \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$E_{eff} \cong 1{,}9 \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$B_{eff} \cong \frac{E_{eff}}{c} = 0{,}64 \cdot 10^{-8} [T]$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"
Anno Accademico 2016-2017 Ing. Elettronica
VII Appello 19 ottobre 2017 - Fisica II
Prof. Luigi Palumbo

1) Nella superficie cilindrica molto lunga mostrata in figura, carica con densità superficiale σ, è stata praticata una fenditura di spessore $h<<R$ nel senso dell'altezza. Sullo stesso piano comprendente l'asse del cilindro e la fenditura, e parallelamente a questa, si trova ad una distanza $D+R$ una distribuzione lineare di carica λ molto lunga. Il sistema è nel vuoto. Ricavare la forza per unità di lunghezza sulla distribuzione lineare.

2) Una spira circolare di raggio a e resistenza R è complanare e concentrica ad una spira quadrata di lato $b>>a$, dove scorre una corrente I. Sapendo che il sistema è in vuoto, dare l'espressione della carica che fluisce nella spira circolare quando viene ruotata di $180°$ intorno ad un suo diametro.

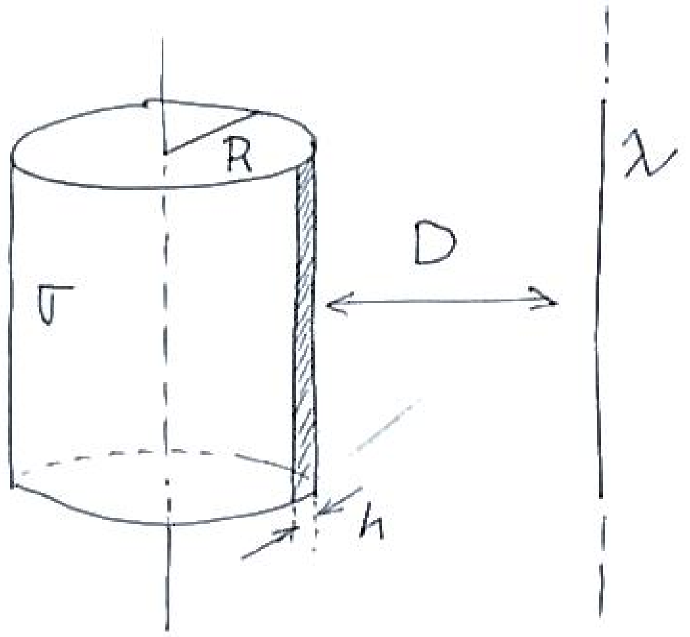
3) Nel circuito in figura, il condensatore è inizialmente scarico. All'istante $t=0$ l'interruttore si chiude. Determinare la costante di tempo τ della carica del condensatore e l'energia U_C immagazzinata nel condensatore una volta carico ($R_1=R_2=200\Omega$, $R_3=150\ \Omega$, $C=2\mu F$, $f=100V$).

4) E' dato un toro sottile di materiale ferromagnetico di permeabilità relativa $\mu_r>>1$, di raggio medio a e sezione di area S. Sull'asse del toro è sistemato un filo di lunghezza molto maggiore del raggio del toro, percorso da una corrente costante I_0 per $t<0$. All'istante $t=0$ la corrente nel filo comincia a decrescere dal valore I_0 con legge esponenziale caratterizzata da una costante di tempo τ. Si ricavi l'espressione dell'energia totale dissipata in una spira di area $2S$ e resistenza R avvolta intorno al toro.

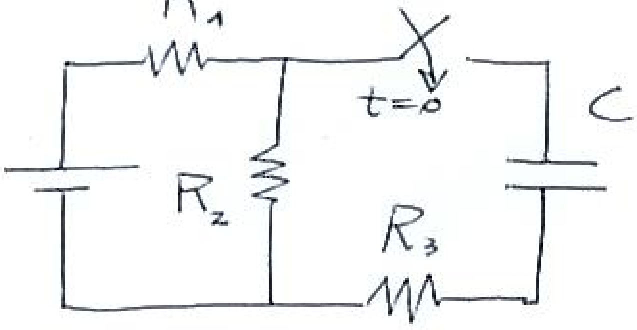
5) Un'onda e.m. piana monocromatica si propaga in aria nel verso positivo dell'asse x. La lunghezza d'onda è $\lambda=5m$ e il campo $\boldsymbol{E}$ forma un angolo di $30°$ con l'asse y. Centrata nell'origine del riferimento cartesiano è posta una spira quadrata di lato $l=5cm$ ortogonale all'asse z. In essa si misura una f.e.m. di valore efficace $f_e=4\cdot 10^{-3}V$. Calcolare l'intensità media dell'onda.

Figure

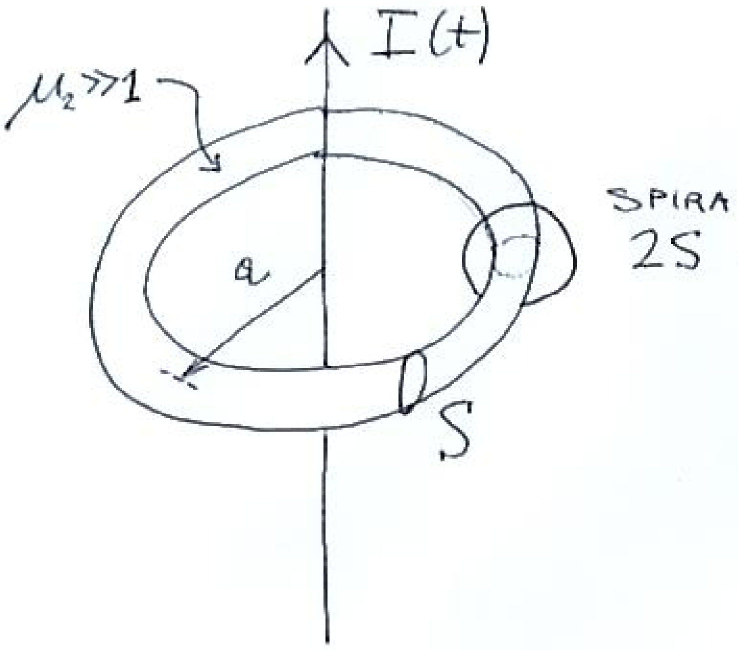
1



3



4



Soluzioni

(1) $$\vec{E}_{CILINDRO\ CON\ TAGLIO} = \vec{E}_{CIL} + \vec{E}_{TAGLIO}$$

$$\vec{E}_{CIL} = \frac{\sigma\, 2\pi R}{2\pi \varepsilon_0 (D+R)}\hat{r}$$

$$\vec{E}_{TAGLIO} \cong \vec{E}_{FILO} \text{ CON } \lambda_{TAGLIO} = -\sigma h$$

$$\vec{E}_{TAGLIO} = \frac{-\sigma h}{2\pi \varepsilon_0 D}\hat{r}$$

Considerando un elemento dl ovvero l della distribuzione lineare λ:

$$dF = dq\,E = \lambda dl\left(\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 (D+R)} - \frac{\sigma h}{2\pi \varepsilon_0 D}\right)$$

$$dF/dl = \frac{F}{l} = \frac{\lambda\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{R}{D+R} - \frac{h}{2\pi D}\right)$$

(2) $$f_{em}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$q(t) = \int_0^t i(t)dt = \frac{1}{R}\int_0^t f_{e.m.}(t)dt = \frac{1}{R}\left[\Phi(0) - \Phi(t)\right]$$

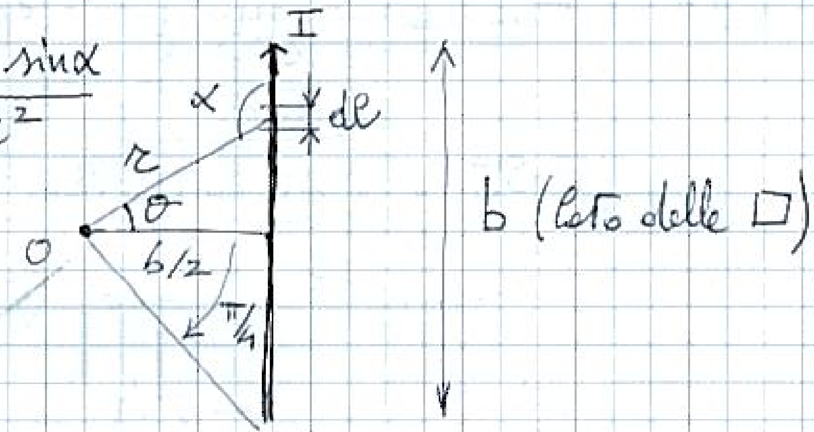
$$Q = \frac{\Phi_{iniziale} - \Phi_{finale}}{R} \underset{\uparrow}{=} \frac{2\,\Phi_{iniziale}}{R}$$

$$\Phi_{finale} = -\Phi_{iniziale}$$

B al centro della spira quadrata $= B_\square$

$$B_\square = 4\, B_{LATO}$$

$$dB_{LATO} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{dl \sin\alpha}{r^2}$$



$$\sin\alpha = \cos\theta$$

$$dB_{LATO} = \frac{\mu_0 I}{\cancel{4}\pi_{\,2}}\;\frac{\cos\theta\, d\theta}{b/\cancel{2}}$$

$$B_\square = 4\, B_{LATO} = 4\int_{-\pi/4}^{\pi/4} dB_{LATO} = 2\sqrt{2}\,\frac{\mu_0 I}{\pi b}$$

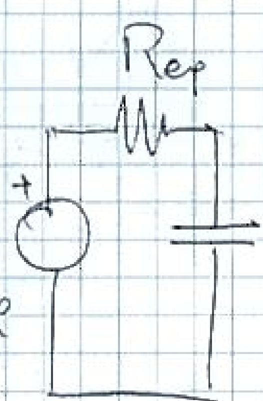
$$\left[Q = \frac{4\sqrt{2}\,\mu_0 I a^2}{R\, b} \right]$$

(3) $\cancel{R_{eq} = \left(R_1 /\!/ \{R_2\} + R_3\}\right)}$

$$R_{eq} = R_1 /\!/ R_2 + R_3 = 250\ \Omega$$

$$\tau = R_{eq} C = 500\ \mu s$$

$$f_{eq} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, f = \frac{f}{2} = 50\ V$$



$$U_c = \frac{1}{2} C f_{eq}^2 = 25 \cdot 10^{-4}\ J$$

(4) A $t>0$ nelle spire $i(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}\int_{\Sigma S} \vec{B}\cdot d\vec{S} \simeq$$

$$\simeq -\frac{S}{R}\frac{d}{dt}B \simeq -\frac{S}{R}\frac{\mu}{2\pi a}\frac{dI}{dt}$$

Considero B uniforme su S.

Prendo il valore di B nel toro pari a quello sull'asse del toro

$$i(t) \simeq -\frac{S}{R}\frac{\mu}{2\pi a}\frac{dI}{dt}$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{S}{R}\frac{\mu I_0}{2\pi a \tau} e^{-t/\tau}$$

$$U = \int_0^\infty i^2(t) R\, dt = \frac{1}{R}\left(\frac{S\mu I_0}{2\pi a \tau}\right)^2 \int_0^\infty e^{-\frac{2t}{\tau}} dt \Rightarrow$$

$$U = \frac{1}{2R\tau}\left(\frac{S\mu I_0}{2\pi a}\right)^2$$

(5)

$$f = -\frac{d\Phi}{dt} = -\ell^2 \frac{dB_x}{dt} = -\ell^2 \cos(30^\circ)\frac{d}{dt}B =$$

$$= -\ell^2\cos(30^\circ)\frac{d}{dt}B_0\cos\omega t =$$

$$= -\underbrace{\left[\ell^2\cos(30^\circ)\,\omega B_0\right]}_{\hat{f}}\sin(\omega t)$$

$$f_{eff} = \frac{|\hat{f}|}{\sqrt{2}} = \ell^2\cos(30^\circ)\,\omega \underbrace{\frac{B_0}{\sqrt{2}}}_{B_{eff}}$$

$$E_{eff} = \frac{B_{eff}}{c} \quad ; \quad \omega = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{T}$$

$$f_{eff} = \ell^2\cos(30^\circ)\cdot\frac{2\pi}{cT}E_{eff} \quad ; \quad \lambda = cT$$

$$E_{eff} = \frac{f_e\,\lambda}{\ell^2\,2\pi\cos 30^\circ} \Rightarrow I = \frac{E_{eff}^2}{Z_0}$$

$$I = \left(\frac{5\cdot 4\cdot 10^{-3}}{25\cdot 10^{-4}\cdot 2\pi\cdot 0{,}9}\right)^2\cdot 377 \left[\frac{(m\,V)^2}{m^2\,\frac{V}{A}}\right]$$

$$I = 5{,}3\,10^{-3}\,\frac{W}{m^2} = 5{,}3\ m\left[\frac{W}{m^2}\right]$$

milli