Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

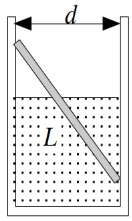
Prova d' esame del 9 settembre settembre 2016 – ***III sessione a.a. 2015-16***

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un punto materiale si muove con velocità costante v_0 lungo una traiettoria circolare di raggio R. Ad un certo istante esso passa per un punto P della traiettoria e inizia a decelerare con decelerazione tangenziale $-a$. Quando si ferma inverte il moto e torna indietro con accelerazione tangenziale che in modulo vale $+2a$. Determinare il rapporto tra il modulo dell'accelerazione normale che esso ha quando passa nuovamente per il punto P e il modulo dell'accelerazione normale quando, nello stesso punto P ha iniziato a decelerare.

2. Su di una piattaforma girevole, assimilabile ad un disco di raggio R e massa M = 10 kg, si trova un sacchetto (di massa trascurabile) a distanza R dal centro del disco che contiene una massa m di sabbia. La piattaforma, vincolata a ruotare attorno al proprio centro, sta ruotando a velocità angolare ω_0. Ad un certo istante, da un foro nel sacchetto inizia a fuoriuscire la sabbia fino a che l'intero sacchetto si svuota. Quando il sacchetto è completamente svuotato, la velocità angolare della piattaforma è incrementata del 10% rispetto al suo valore iniziale. Determinare la massa m di sabbia inizialmente contenuta nel sacchetto.

3. Un bacchetta metallica omogenea di forma rettangolare di massa m =2 kg galleggia in equilibrio statico all'interno di un recipiente a forma di parallelepipedo contenente del mercurio. Due bordi della bacchetta si trovano a contatto di due pareti del contenitore, da considerarsi lisce e prive di attrito, secondo lo schema in figura. Sapendo che la lastra si trova immersa nel mercurio per 2/3 del suo volume e che la distanza tra le pareti su cui poggiano i bordi della lastra è pari a d = 13 cm determinare quanto valgono le forze di reazione vincolare esercitate dalle due pareti sulla lastra. (Lunghezza del lato lungo della bacchetta L = 20 cm)



4. Un contenitore cilindro a pareti rigide e termicamente conduttrici, ha raggio r = 10 cm ed è disposto verticalmente. Sul fondo è chiuso, mentre reca superiormente un pistone metallico di massa trascurabile che può scorrere a tenuta e senza attrito. Fra il pistone ed il fondo sono contenute n = 0,5 moli di aria (da considerare gas perfetto) in equilibrio termodinamico con l'ambiente esterno (p_e = p_a =1 atm; t_e = 22°C). Stabilire:

a) La distanza h alla quale si trova il pistone dalla base in queste condizioni. Se, a partire dalla precedente situazione, si versa sul pistone molto lentamente del mercurio (ρ =13,6 g/cm^3), si produce un suo abbassamento.
b) Quanti litri di mercurio occorre versare per dimezzare il volume dell'aria nel cilindro.
c) Qual è il lavoro fatto L , il calore scambiato Q e la variazione di energia interna ΔU dell'aria.

5. Ad una mole di gas perfetto monoatomico viene fatta compiere una trasformazione reversibile nella quale il gas assorbe 1000 J da una prima sorgente a temperatura 250 K e 3000 J da una seconda sorgente a temperatura 300 K. Sapendo che nello stato finale il volume del gas è il doppio di quello che il gas aveva nello stato iniziale, calcolare il rapporto tra la temperatura finale e quella iniziale del gas.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare il periodo di oscillazione di un pendolo semplice, nell'ipotesi di piccole oscillazioni.

T2. Spiegare perché l'energia interna di un gas perfetto è funzione della sola temperatura.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

SOLUZIONI
Prova d' esame del 9 settembre 2016

Esercizio 1

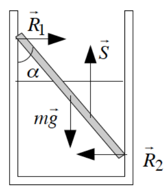
Nella prima parte del moto il punto materiale ha accelerazione $-a$, da cui $v = -at + v_0$ e $s = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t$. Il punto materiale si ferma dopo $t = v_0/a$ avendo percorso $s = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$.

Nella seconda parte del moto l'accelerazione è $2a$ e quindi $v = 2at$ e $s = at^2$. Per trovare il tempo che il corpo impiega per percorrere nuovamente lo spazio s, $at^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$ e quindi $t = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{v_0}{a}$. Il corpo possiede quindi velocità $v = \sqrt{2}v_0$ e accelerazione normale $a_n = 2v_0^2/R$ ed è quindi il doppio dell'accelerazione nomale che il corpo aveva quando ha iniziato a decelerare.

Esercizio 2

Per la conservazione del momento della quantità di moto, $\omega_0\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right) = \omega_f\left(\frac{1}{2}MR^2\right)$ in cui ω_f è la velocità angolare finale uguale a $1.1\omega_0$. Risolvendo rispetto a m si ottiene m = 0.05 kg.

Esercizio 3



Le forze che agiscono sulla bacchetta sono (vedi figura): le reazioni R e R_2 lungo la direzione orizzontale, mentre nella direzione verticale la forza peso e la spinta di Archimede applicate nel baricentro e nelcentro di spinta rispettivamente. Imponendo l'equilibrio delle forze si ha:

$R_1 = R_2 = R$ e mg = S = g 2/3 V ρ_{Hg}

Imponendo l'equilibrio dei momenti si ha scegliendo come polo il baricentro della bacchetta:

2R(L/2)cosα –mg(L/2 -1/2•2/3L)sinα =0

R = mg/6 tanα = 2,8N

dove si è tenuto conto che il centro di spinta è posizionato a metà della parte immersa e che $\alpha = \sin^{-1}(d/L)$

Esercizio 4

Utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti si ha : $V= \pi r^2 h = n R T/P$

con T temperatura termodinamica assoluta del gas data da: $T = t_e + 273{,}15 = 295{,}15$ K.

Si ha quindi per l'altezza del pistone $h = n R T/(\pi r^2 P)$ =38.5 cm

b) La trasformazione eseguita dal gas è una compressione isoterma. In questo caso per dimezzare il volume occorre raddoppiare la pressione e quindi la pressione differenziale esercitata dalla massa di mercurio sul pistone deve essere pari ad una atmosfera: $1 atm = m_{Hg} g / (\pi r^2) = \rho V_{Hg} g/ (\pi r^2)$

da cui si ricava per il volume del mercurio: $V_{Hg} = 0.0239\ m^3 = 23{,}9$ litri

c) Essendo la trasformazione quasi-statica si ha, in base alle relazioni sulle trasformazioni isoterme di un gas perfetto:

$L = n R T \ln(V_f / V_i) = Q$ e $\Delta U = 0$

Essendo anche il volume finale la metà di quello iniziale si ha quindi:

$L = Q = n R T \ln(1/2) = - 850$ J = – 8.39 litri · atm

Esercizio 5

La trasformazione è reversibile: la variazione di entropia del gas è uguale e opposta a quella delle sorgenti.

Quindi $\Delta S_{gas} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$ = 14 J/K. Dall'espressione della variazione di entropia del gas perfetto

$$\Delta S_{gas} = \frac{3}{2} R ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + R ln(\frac{V_f}{V_i})$$

da cui si ottiene $T_f/T_i = 1.9$.